

* Aufgaben zu (i) und (ii) – für Fortgeschrittene

Diese Aufgabe dienen als kurze Zwischenkontrolle, ob du die ersten zwei Rechenregeln verstanden hast und anwenden kannst. Die Aufgaben sind relativ einfach und *sollten schnell zu lösen sein*.

Wie immer siehst du zunächst nochmal die Rechenregeln, auf die sich die Aufgaben beziehen.

Gegeben seien konvergente Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit Grenzwert a und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit Grenzwert b . Dann gelten folgende Aussagen:

- (i) **Für jede Konstante $c \in \mathbb{R}$ ist die Folge $(c \cdot a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergent und es gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} c \cdot a_n = c \cdot a$.**
- (ii) **Die Folge $(a_n + b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist konvergent und es gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n + b_n = a + b$.**
- (iii) Die Folge $(a_n \cdot b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist konvergent und es gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot b_n = a \cdot b$.
- (iv) Falls alle $b_n \neq 0$ sind sowie $b \neq 0$ ist, so ist die Folge $(\frac{a_n}{b_n})_{n \in \mathbb{N}}$ konvergent und es gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$.

1. Aufgabe

Untersuche die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

- a) Bestimme den Grenzwert von $(7 \cdot \frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$, falls möglich.
- b) Bestimme den Grenzwert von $(3 \cdot \frac{n+1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$, falls möglich.
- c) Bestimme den Grenzwert von $((-1)^n \cdot \frac{2}{n})_{n \in \mathbb{N}}$, falls möglich.

2. Aufgabe

Untersuche die nachfolgenden Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

- a) Bestimme den Grenzwert von $(c + \frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$ mit $c \in \mathbb{R}$, falls möglich.
- b) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{1}{n} + \frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$, falls möglich.
- c) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{n+1}{n} + \frac{3}{n})_{n \in \mathbb{N}}$, falls möglich.
- d) Bestimme den Grenzwert von $(\frac{1}{n} + n)_{n \in \mathbb{N}}$, falls möglich.