

Matematikuppgift	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31		
Antagningsprov svarsform																							$\frac{32}{15}$										
Ma/Fy	CTH	KTH	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd										del C	
2024	SU	GU	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	B, 2p	del B	B, 2p	del B	B, 2p	del B	B, 2p	del B	B, 2p	del B	5p

23. Givet funktionen  $f(x) = \ln \frac{1-x^2}{1+x^2}$ , beräkna  $f'(x)$  och ange  $f' \left( -\frac{1}{2} \right)$ .

23. Givet funktionen  $f(x) = \ln \frac{1-x^2}{1+x^2}$ , beräkna  $f'(x)$  och ange  $f' \left( -\frac{1}{2} \right)$ .

$$f(x) = g(u(x)) \text{ , där } g(u) = \ln u \text{ , och } u(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\frac{d g(u(x))}{dx} = g'(u) \cdot u'(x)$$

$$\text{och } g'(u) = \frac{1}{u} \text{ och } u'(x) = \frac{-2x \cdot (1+x^2) - 2x \cdot (1-x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{-2x - 2x^3 - 2x + 2x^3}{(1+x^2)^2} = -\frac{4x}{(1+x^2)^2}$$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{\frac{1-x^2}{1+x^2}} = \frac{1+x^2}{1-x^2}$$

$$\text{Så } f'(x) = g'(u) \cdot u'(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2} \cdot \left( -\frac{4x}{(1+x^2)^2} \right) = -\frac{4x}{(1-x^2) \cdot (1+x^2)}$$

$$\text{Och } f' \left( -\frac{1}{2} \right) = -\frac{4 \cdot \left( -\frac{1}{2} \right)}{\left( 1 - \left( -\frac{1}{2} \right)^2 \right) \cdot \left( 1 + \left( -\frac{1}{2} \right)^2 \right)} = \frac{2}{\left( 1 - \frac{1}{4} \right) \cdot \left( 1 + \frac{1}{4} \right)} = \frac{2}{\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4}} = \frac{2}{\frac{15}{16}} = \frac{2 \cdot 16}{15} = \frac{32}{15} .$$

så Svar: 32/15