Experimentieren: Sigma-Regeln

Tipps zu den Aufgaben

1. Aufgabe

1.1. Definieren Sie die binomialverteilte Zufallsvariable X: Anzahl der stornierten Plätze und die dazugehörenden Parameter n und p.
Berechnen Sie $P(X \geq 10)$

1.2. Stellen Sie mit Hilfe der Regeln $\mu = n \cdot p$ und $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ als Prognose-Intervall die $3{,}29\sigma$-Umgebung auf.
Berechnen Sie anschließend $P(\mu - 3{,}29\sigma \leq X \leq \mu + 3{,}29\sigma)$.

1.3. Gesucht ist die Zahl n, sodass $P(X \geq n - 270) \geq 0{,}99 \quad \Leftrightarrow \quad P(X \leq n - 271) \leq 0{,}01$

Lösen Sie die Ungleichung näherungsweise

- durch Experimentieren mit GeoGebra
- mit der Normalverteilung $\Phi(z) \leq 0{,}01 \quad \Leftrightarrow \quad z \leq -2{,}326$, wobei $z = \frac{X - \mu + 0{,}5}{\sigma}$.
- mit der 99 %-Sigma-Regel.
  Anmerkung:
  Mit der Regel berechnet man ein zum Mittelwert symmetrisches Intervall.
  In der Aufgabe ist die Wahrscheinlichkeit $P(0 \leq X \leq x)$ gegeben. Der ermittelte Wert wird also etwas zu groß sein.

2. Aufgabe

2.1. Definieren Sie die binomialverteilte Zufallsvariable X: Anzahl der Ziehungen der 13 und die dazugehörenden Parameter n und p.
Berechnen Sie $P(X \leq 5)$

2.2. Berechnen Sie den Erwartungswert $\mu = n \cdot p$
und mit Hilfe der Regel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ die $1{,}96\sigma$-Umgebung.

2.3. Sie nehmen an, dass die Ziehungshäufigkeit der unverändert $\frac{6}{49}$ ist, und berechnen die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 409)$. Wenn das Ergebnis höchstens 0,1 % beträgt, liegt die Zahl 410 im Bereich, dessen Wahrscheinlichkeit mindestens 99,9 % beträgt.
Wenn nicht, dann trifft die Behauptung mit 99,9 % Sicherheit zu.

3. Aufgabe

3.1. Definieren Sie die binomialverteilte Zufallsvariable
X: Zahl der Kinder, die jährlich in Baden-Württemberg an Leukämie erkranken.
Berechnen Sie $P(X \leq 50)$

3.2. Berechnen Sie den Erwartungswert $\mu = n \cdot p$ und damit die Zahl für die Jahre 1990 bis 2005.
Geben Sie mit Hilfe der Regel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ die $2{,}58\sigma$-Umgebung an.

3.3. Sie nehmen an, dass die Leukämiehäufigkeit genau so groß ist wie im ganzen Bundesgebiet und berechnen die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 19)$. Wenn das Ergebnis weniger als 99,9 % beträgt, trifft die Behauptung mit 99,9 % Sicherheit zu.