# 探究 1 构建椭圆曲线与椭圆的定义（P116）

探究人：　　　　　　　　　时间：　　　　　　　　　指导老师：

## 探究目的：

1、通过圆锥，实现生成圆锥曲线（圆、椭圆、双曲线和抛物线）；

2、通过单德林双球法，探究椭圆的定义。

## 探究器材：

电脑（或平板或手机等设备），Geogebra 软件、实验手册

## 探究步骤：

**实验 1：通过圆锥，生产圆锥曲线**

**第一步**：打开资源包（如图 1），底部区域滑竿“$\alpha$”可调节圆锥顶角的角度，滑竿“$\beta$”可调节平面 p 与 x 轴的倾斜角度，按钮“抛物线”为生成抛物线时的角度，“样例”可显示隐藏的圆锥曲线。上部左右区域的点 A 为平面 p 与 z 轴的交点，细直线的一条为平面内平行于 y 轴的直线，另外一条细线和点 B，仅作观察定位。

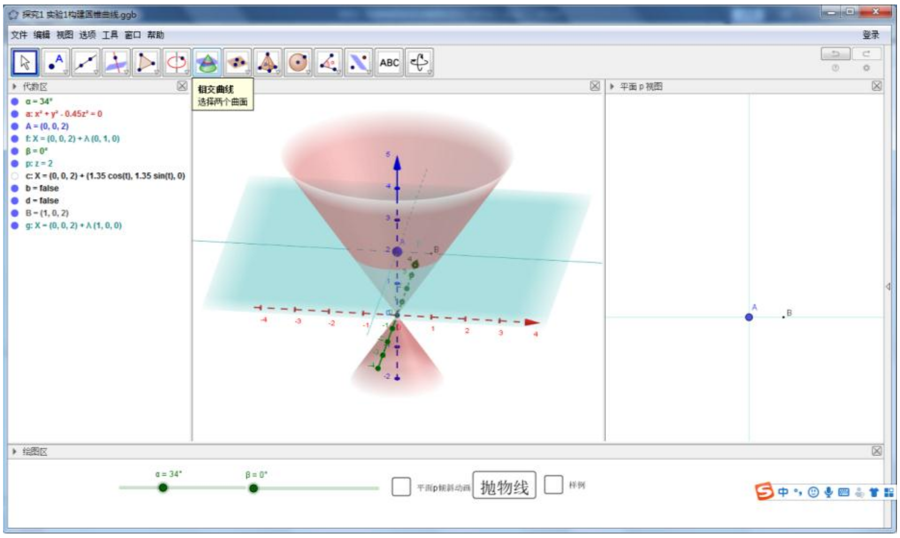



图 1

**第二步**：首先单击“3D 绘图区”内的某区域，其次通过工具栏“相交交线”工具，最后先后单击平面 p、圆锥，构造两个面的交线（如 $c: X = (0, 0, 2) + (1.35\cos(t), 1.35\sin(t), 0)$），观察左、右侧区域内交线，依据直观，判断交线是什么曲线？拉动滑竿“$\alpha$”，改变圆锥顶角的度数，交线又是什么曲线？

结论：交线为____________，

**第三步**： 拖动滑竿 “$\beta$”，改变平面 p 对于 x 轴的角度，交线是什么曲线？交线类别唯一吗？若不唯一，会出现多少类不同的曲线？

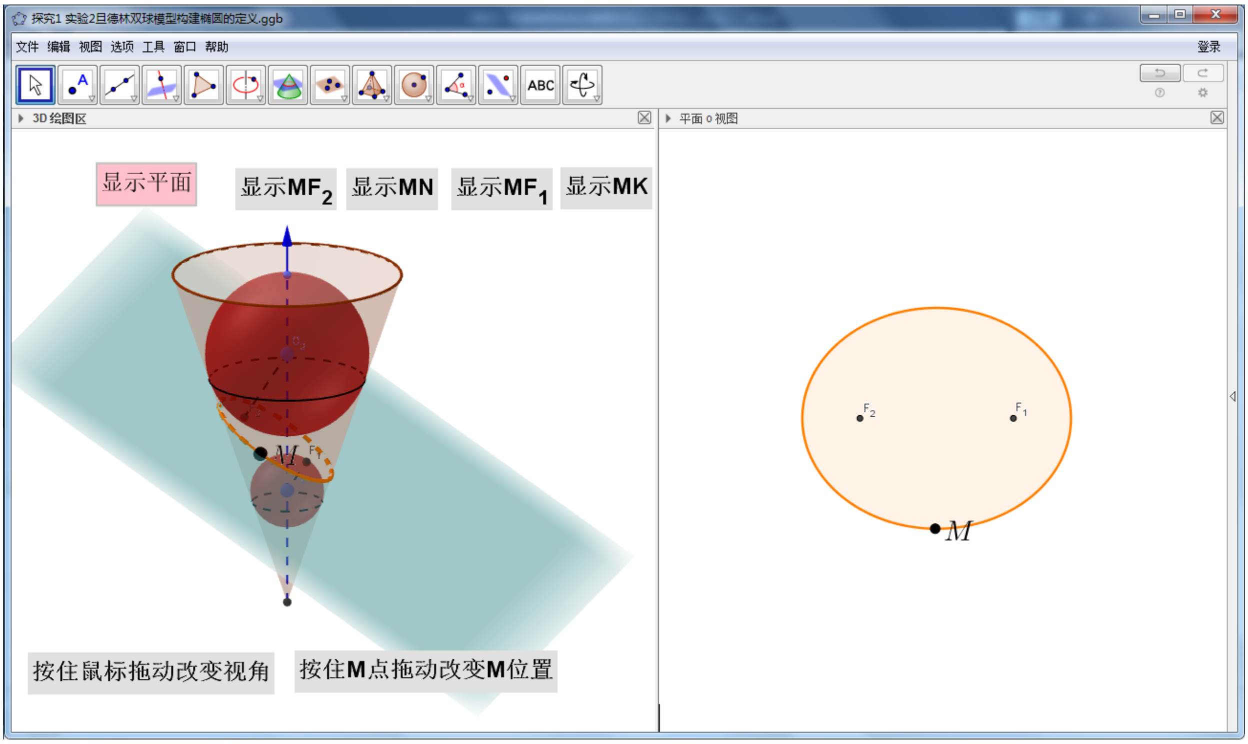
结论：交线有可能是__________、__________、____________，由此，交线____________，

**第四步**：通过勾选 “平面 p 倾斜动画”，观察$\alpha$、$\beta$的关系，猜测、总结它们满足什么关系时？出现对应类别的曲线（如$\alpha$、$\beta$满足什么关系时，曲线为抛物线）；

结论：当$\alpha$_____$\beta$时，交线为_______________，当$\alpha$_____$\beta$时，交线为_______________，当$\alpha$_____$\beta$时，交线为_______________，

**实验 2：通过旦德林双球模型，构建椭圆的定义**

**第一步**：打开资源包（如图 2），左侧 “3D 绘图区” 为旦德林双球模型（上面大球、下面小球都与圆锥相切，切线为上下两个圆，平面 o 同时与上面大球和下面小球相内切，切点分别为 $F_1$、$F_2$，此时的平面与圆锥有相交线（椭圆），点 M 为椭圆上任意一点），右侧为平面 o 的视图。




**第二步**： 首先单击 “显示 MN”、“显示 MK”，显示过点 M 与上面大球、下面小球相切且在圆锥曲线上的切线，然后拖动点 M，观察线段 NK 的长度，思考是否为定值？（结论：MN 的长度_____。）

**第三步**： 首先单击 “隐藏 MN”、“显示 $MF_2$”，隐藏切线段 MN，显示过点 M 与小球相切且在平面内的切线段 $MF_2$，然后拖动点 M，观察线段 MK 与线段 $MF_2$ 的长度，思考它们是否相等？（结论：线段 MK 与线段 $MF_2$ 长度_______。）

**第四步**：首先依次单击“隐藏 MK”、“隐藏 $MF_2$”、“显示 MN”、“显示 $MF_1$”，隐藏切线段 MK、$MF_2$，显示线段 MN 和过点 M 与大球相切且在平面内的切线段 $MF_1$，然后拖动点 M，观察线段 MN 与线段 $MF_1$ 的长度，思考它们是否相等？（结论：线段 MN 与线段 $MF_1$ 长度_______。）；

**第五步**：首先依次单击“显示 MK”、“显示 $MF_2$”，显示线段 MK、$MF_2$，然后拖动点 M，观察线段 MK 与线段 $MF_1$ 和线段 $MF_2$ 的长度和有什么关系？思考它们是否相等？（结论：线段 NK 与线段 $MF_1$ 和线段 $MF_2$ 长度和_______。）

## 探究结论：

通过实验 1，一个倾斜角度不同的平面与圆锥相交，可以得到得曲线有：_____、______、_________、_________。

通过实验 2，椭圆是任意一点 M，到两个焦点 $F_1$、$F_2$ 的距离之和为_________。

## 交流与反思：

1、若是一个圆锥，平面 p 与圆锥的相交曲线，可能有哪些曲线？

2、图中的点 A、B 是圆锥曲线的焦点或者顶点吗？

## 探究练习：

1．椭圆的焦点坐标为(－5，0)和(5，0)，椭圆上一点与两焦点的距离和是 26，则椭圆的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$　B．$\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{169}=1$　C．$\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{25}=1$　D．$\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{25}=1$

2．在$\Delta ABC$中，已知$B(-3,0)$，$C(3,0)$且$\Delta ABC$的周长为 16，则顶点 A 的轨迹方程是（ ）

A．$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1(x\neq 0)$　B．$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1(x\neq 0)$　C．$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1(y\neq 0)$　D．$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1(y\neq 0)$

3．已知定点$A(-2,0)$，$B(2,0)$，动点$P$满足$|PA|+|PB|=6$，则动点$P$的轨迹方程为（　）

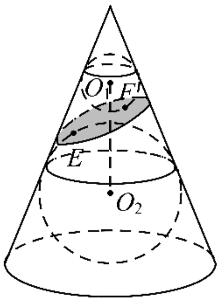
A．$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$　B．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$　C．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{9}=1$　D．$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$

4．已知$F_1, F_2$为椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$的两个焦点，过$F_1$的直线交椭圆于$A, B$两点，若

$|F_2A|+|F_2B|=10$，则$|AB|=$（　）

A．2　　B．4　　C．6　　D．10

5．如图是数学家GeminadDandelin用来证明一个平面截圆锥得到的截面是椭圆的模型(称为旦德林双球模型)：在圆锥内放两个大小不同的小球，使得它们分别与圆锥侧面、截面相切，设图中球$O_1$和球$O_2$的半径分别为1和3，$O_1O_2=8$，截面分别与球$O_1$和球$O_2$切于点$E$和$F$，则此椭圆的长轴长为_________.




6、通过旦德林双球模型，探究双曲线、抛物线的定义。