Problemas de enunciados para resolver con sistemas de ecuaciones

CURSO	TEMA	WWW.DANIPARTAL.NET
1ºBach	4. Sistemas y Gauss	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Plantear sistemas de ecuaciones a partir de la información obtenida de un enunciado de contexto.

Vídeo asociado:

https://www.youtube.com/watch?v=WuuD63o18jc

PROBLEMAS DE ENUNCIADO

En enunciados extensos sobre contextos de la vida cotidiana, debemos identificar las variables a considerar como incógnitas. Una vez tengamos claro quiénes son las incógnitas, por norma general, cada frase del enunciado permite formar una ecuación del sistema.

La coma y el punto suelen separar las distintas frases. Verbos como "ser", "costar", "pagar", etc. se pueden sustituir por el signo igual.

Si las incógnitas representan realidades como número de personas, o número de objetos, no tienen sentido soluciones negativas o de valores que no sean enteros: podemos tener un bolígrafo, dos bolígrafos, pero nunca un número decimal de bolígrafos.

Con estas sencillas indicaciones, podemos plantear la mayoría de los ejercicios de enunciados de Bachillerato.

Contamos con monedas de 50 céntimos, de 1 euro y de 2 euros.
En total, contamos con 30 monedas.
Hay tantas monedas de 1 euro como de 2 euros y 50 céntimos juntas.
a) *¿De cuántas formas distintas podemos pagar 34,50€ cumpliendo estas restricciones?*
b) *¿Y si tuviéramos que pagar 35€?*

$x \rightarrow$ *número de monedas de 50 céntimos*
$y \rightarrow$ *número de monedas de 1 euro*
$z \rightarrow$ *número de monedas de 2 euros*

¿Cómo plantear las ecuaciones del apartado a)?

1. *En total hay 30 monedas.*
$x + y + z = 30$

2. *El número "y" de monedas de 1€ debe ser igual a la suma de los otros dos tipos de moneda "x + z".*
$y = x + z$

3. *La suma del número de monedas por su valor genera la cantidad total a pagar.*
$0,5 \cdot x + 1 \cdot y + 2 \cdot z = 34,5$

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=30 \\ y=x+z \\ 0,5x+y+2z=34,5 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{c} x+y+z=30 \\ -x+y-z=0 \\ 0,5x+y+2z=34,5 \end{array}\right\}$$

RANGO 3
3 incógnitas
SCD solución única
x=7, y=15, z=8

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mid 30 \\ -1 & 1 & -1 & \mid 0 \\ 0,5 & 1 & 2 & \mid 34,5 \end{pmatrix} \rightarrow Gauss$$

1.*En total hay* 30 *monedas.*
$x+y+z=30$

2.*El número "y" de monedas de* 1€ *debe ser igual a la suma de los otros dos tipos de moneda "x + z".*
$y=x+z$

3.*La suma del número de monedas por su valor genera la cantidad total a pagar.*
$0,5\cdot x+1\cdot y+2\cdot z=34,5$

$$\begin{array}{l} F_2'=F_2+F_1 \rightarrow \\ F_3'=2F_3-F_1 \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mid 30 \\ 0 & 2 & 0 & \mid 30 \\ 0 & 1 & 3 & \mid 39 \end{pmatrix}$$

$$F_3'=2F_3-F_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mid 30 \\ 0 & 2 & 0 & \mid 30 \\ 0 & 0 & 6 & \mid 48 \end{pmatrix}$$

Para plantear el apartado b) solo debemos darnos cuenta de que las tres ecuaciones son idénticas al apartado a), salvo que en la tercera el término independiente pasa a ser 35€. Por lo tanto, podemos realizar las mismas transformaciones lineales que en el apartado a).

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mid 30 \\ -1 & 1 & -1 & \mid 0 \\ 0,5 & 1 & 2 & \mid 35 \end{pmatrix} \rightarrow Aplicar\ las\ mismas\ transformaciones\ de\ a)$$

$$\begin{array}{l} F_2'=F_2+F_1 \rightarrow \\ F_3'=2F_3-F_1 \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mid 30 \\ 0 & 2 & 0 & \mid 30 \\ 0 & 1 & 3 & \mid 40 \end{pmatrix}$$

$$F_3'=2F_3-F_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mid 30 \\ 0 & 2 & 0 & \mid 30 \\ 0 & 0 & 6 & \mid 50 \end{pmatrix}$$

1.*En total hay* 30 *monedas.*
$x+y+z=30$

2.*El número "y" de monedas de* 1€ *debe ser igual a la suma de los otros dos tipos de moneda "x + z".*
$y=x+z$

3.*La suma del número de monedas por su valor genera la cantidad total a pagar.*
$0,5\cdot x+1\cdot y+2\cdot z=35$

RANGO 3
3 incógnitas $\rightarrow$ *¿SCD solución única?*
Sí es solución real única. Pero...
$F_3: 6z=50 \rightarrow z=50/6 \rightarrow z\approx 8,33...$

¡Ojo! Matemáticamente, existe solución: un valor de los números reales para cada incógnita. Pero la variable "z" es igual a un número decimal: no tiene sentido tener 8,33 monedas de 2 euros.

Consecuencia: no existe solución para el contexto indicado, ya que el número de monedas debe ser igual a un número natural.