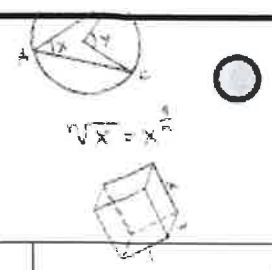


서지현 선생님의



# 수학이 제일 좋아

2. 방정식과 부등식	교과서 76쪽	학습확인①
-------------	---------	-------

1. 다음 방정식을 푸시오.

(1)  $x^3 + 64 = 0$   
 $x^3 + 4^3 = (x+4)(x^2 - 4x + 16) = 0$   
 $x = -4$        $a=1, b=-4, c=16$   
 근의 공식  
 $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 64}}{2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{3}i}{2} = -2 \pm 2\sqrt{3}i$

(2)  $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$   
 $x^2(x-2) - 4(x-2) = (x^2-4)(x-2) = 0$   
 $= (x+2)(x-2)(x-2) = 0$   
 $\therefore x=2$  (중근)     $x=-2$

$\therefore x = -4$      $x = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

(3)  $x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$   

1	-4	3	2
2	2	-4	-2
1	-2	-1	0

 $(x-2)(x^2-2x-1) = 0$   
 $x=2$      $x=1 \pm \sqrt{2}$

(4)  $x^4 - 3x^3 + 2x^2 = 0$   
 공통인자  $x^2$  이므로  $x^2(x^2 - 3x + 2) = 0$   

1	-3	2
-1	2	-2
1	-1	0

 $x^2(x-1)(x-2) = 0$   
 $x=0$  (중근)     $x=1$      $x=2$

(5)  $x^4 + x^3 - x - 1 = 0$   
 $x^3(x+1) - (x+1) = (x^3-1)(x+1) = 0$   
 $= (x-1)(x^2+x+1)(x+1) = 0$   
 $x=1$      $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$      $x=-1$

(6)  $x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8 = 0$   

1	-6	7	6	-8
1	-5	2	8	0
-1	-1	6	-8	
1	-6	8	0	
2	2	-8		
1	-4	0		

 $\therefore x = -1, 1, -2, 4.$   
 $(x+1)(x-1)(x+2)(x-4) = 0$

2. 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이  $-i$ 일 때, 실수  $a, b$ 의 값과 나머지 두 근을 구하시오.

**방법 1** 근  $-i$ 를 대입하면  
 $(-i)^3 + a(-i)^2 + b(-i) + 3 = 0$   
 $i - a - bi + 3 = 0$   
 $(1-b)i + (3-a) = 0$   
 $\downarrow$                        $\downarrow$   $a, b$ 가 실수이므로  
 $1-b=0$        $3-a=0$   
 $b=1$            $a=3$   
 방정식 구성하면  $x^3 + 3x^2 + x + 3 = 0$   
 $(x+3)(x^2+1) = 0$   
 $x = -3$        $x = \pm i$

**방법 2**  $a, b$ 는 실수이므로 다른 한 근은  $i$ 이다  
 $x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x+i)(x-i)(\quad)$   
 $= (x^2+1)(x+3)$   
 계수비교법에 의해  
 따라서  $a=3, b=1$  이다.

3. 사차방정식  $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 6 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오.

방법1. 조립제법 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -4 & 3 & 2 & -6 \\ & & -1 & 5 & -8 & 6 \\ \hline +3 & 1 & -5 & 8 & -6 & 0 \\ & & +3 & -6 & 6 & \\ \hline & 1 & -2 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x-3)(x^2-2x+2)=0$$

$\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$   
 실근 -1   실근 3   허근  $\alpha, \beta$

근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4 - 4 = 0$$

공생상식

방법2.

조립제법으로 인수분해하면

$$(x+1)(x-3)(x^2-2x+2)=0$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$x = -1 \quad x = 3 \quad x = 1 \pm \sqrt{-1} = 1 \pm i$$

$$\alpha = 1+i, \quad \beta = 1-i \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (1+i)^2 + (1-i)^2$$

$$= 1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 = 0$$

4. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이와 높이가 모두  $x$  cm인 원기둥 모양의 그릇에  $144\pi$  cm<sup>3</sup>의 물을 부었더니 그릇의 위에서부터 2 cm만큼이 채워지지 않았다고 한다.

(1) 그릇에 채워진 물의 부피를  $x$ 의 식으로 나타내어 보자.

(2) 위 (1)에서 나타낸 물의 부피가  $144\pi$  cm<sup>3</sup>임을 이용하여  $x$ 의 값을 구해 보자.

$$\left(\frac{\text{물의 부피}}{\text{원기둥 부피}}\right) = (\text{밑면 반지름}) \times (\text{높이})$$

$$= (x^2 \times \pi) \times (x-2)$$

$$\left(\frac{\text{물의 부피}}{\text{원기둥 부피}}\right) = 144\pi$$

$$x^2 \times \pi \times (x-2) = 144\pi$$

$$x^3 - 2x^2 - 144 = (x-6)(x^2 + 4x + 24) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x = 6$$

$$\downarrow$$

판별식  $D = 4^2 - 4 \times 24 < 0$  이므로 실근 없음.

$x$ 는 양수(실수) 이므로  $x = 6$  이다.

