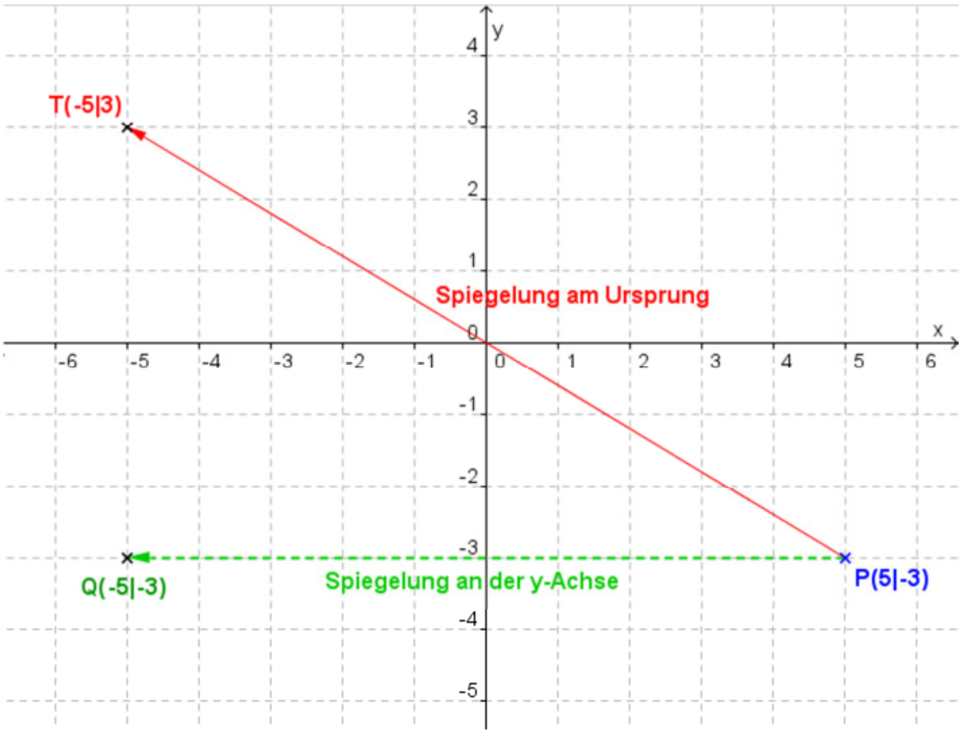
Übung: Symmetrie von Funktionsgraphen – LÖSUNG

Aufgabe 1:

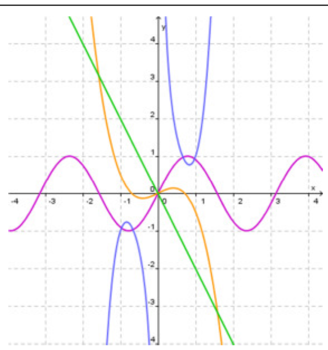
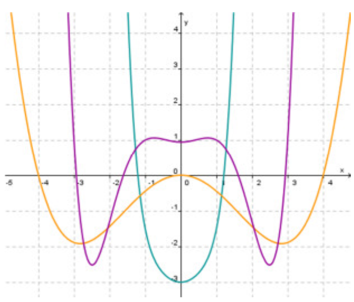
Koordinatensystem:



Spiegelt man den Punkt $P(x|y)$ an der y-Achse, so erhält man den Punkt $Q(-x|y)$.

Spiegelt man den Punkt $P(x|y)$ am Ursprung, so erhält man den Punkt $T(-x|-y)$.

Aufgabe 2:

Punktsymmetrie zum Ursprung $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{D}_f$		***Beispiel:*** $k(x) = x^5 + 7x \cdot x^2 = x^5 + 7x^3$ $k(-x) = (-x)^5 + 7(-x)^3 = -x^5 - 7x^3$ $= -[x^5 + 7x^3] = -k(x)$ **ungerade Funktion** Funktion, bei deren Term nur ungerade Potenzen der Variablen x vorkommen
Symmetrie zur y-Achse $-f(x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{D}_f$		***Beispiel:*** $g(x) = 5x^4 - x^8 + 2$ $g(-x) = 5(-x)^4 - (-x)^8 + 2$ $= 5x^4 - x^8 + 2 = g(x)$ **gerade Funktion** Funktion, bei deren Term nur gerade Potenzen der Variablen x vorkommen

Aufgabe 3:

a) $f(x) = 4^x - 3$

$\Rightarrow f(-x) = 4^{-x} - 3 \neq \begin{cases} f(x) \\ -f(x) \end{cases}$ keine Symmetrie

b) $g(x) = x + 3x^3 - 5x^5 + 9x^9$

$\Rightarrow g(-x) = (-x) + 3(-x)^3 - 5(-x)^3 + 9(-x)^9$

$= -x - 3x^3 + 5x^3 - 9x^9$

$= -(x + 3x^3 - 5x^5 + 9x^9) = -g(x)$ Punktsymmetrie zum Ursprung

c) $h(x) = \frac{13}{x^4-7}$

$\Rightarrow h(-x) = \frac{13}{(-x)^4-7} = \frac{13}{x^4-7} = h(x)$ Achsensymmetrie zur y-Achse

d) $k(x) = \frac{x^5-8}{5x^3+49}$

$\Rightarrow k(-x) = \frac{(-x)^5-8}{5(-x)^3+49} = \frac{-x^5-8}{-5x^3+49} \neq \begin{cases} k(x) \\ -k(x) \end{cases}$ keine Symmetrie

e) $l(x) = 4x^4 - 7x^{-3}$

$\Rightarrow l(-x) = 4(-x)^4 - 7(-x)^{-3} = 4x^4 + 7x^{-3}$ keine Symmetrie

f) $m(x) = \sqrt{x^6 - 7x^2 + 3}$

$\Rightarrow m(-x) = \sqrt{(-x)^6 - 7(-x)^2 + 3}$

$= \sqrt{x^6 - 7x^2 + 3} = m(x)$ Achsensymmetrie zur y-Achse