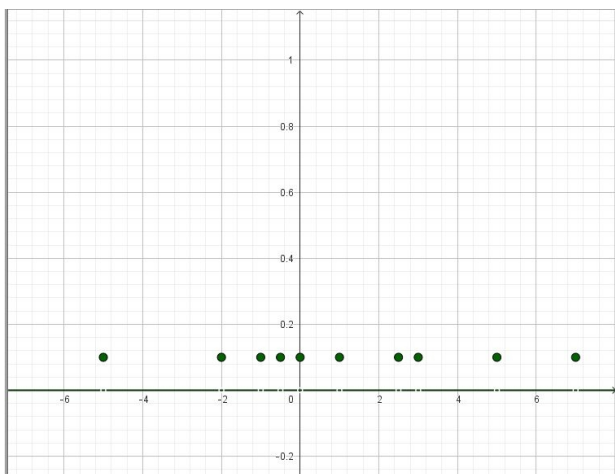


☺ **Distribución uniforme discreta.** $X \sim U(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

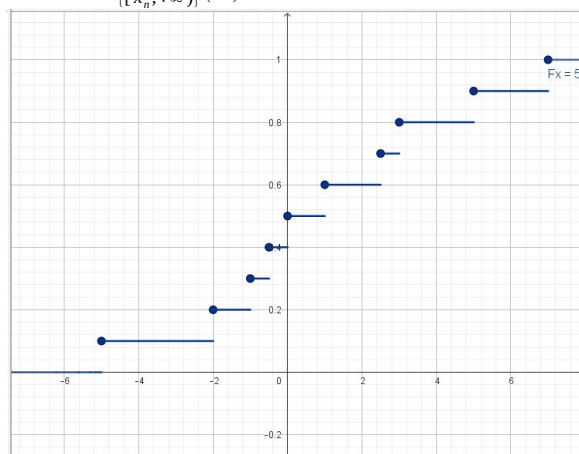
Una v. a. X tiene una distribución en $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, con $x_1 < x_2 < \dots < x_n$

si tiene como función de probabilidad: $f_X(x) = Y$ cuya función de distribución es: $F_X(x) =$

$$= 0 \cdot I_{\{\mathbb{R} - \{x_1, x_2, \dots, x_n\}\}}(x) + \frac{1}{n} \cdot I_{\{x_1, x_2, \dots, x_n\}}(x) \quad = 0 \cdot I_{\{(-\infty, x_1)\}}(x) + \sum_{i=1}^{\lfloor x \rfloor} f(x_i) \cdot I_{\{[x_i, x_n)\}}(x) + 1 \cdot I_{\{[x_n, +\infty)\}}(x)$$



Ejemplo de $f(x)$ para



Ejemplo de $F(x)$ para

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \{-5, -2, -0.5, -1, 0, 1, 2, 5, 5, 7\} \quad \{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \{-5, -2, -0.5, -1, 0, 1, 2, 5, 5, 7\}$$

Fácilmente, se comprueba que f es una función de probabilidad, ya que:

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} = n \cdot \frac{1}{n} = 1$$

Además

$$P(a \leq X < b) = F(b) - F(a) .$$

Algunos de sus parámetros o momentos destacables son:

✓ $E\{X^k\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^k ; \forall k \in \mathbb{N} - \{0\} .$

En particular si $k=1, E\{X\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \alpha$. Si $k=2, E\{X^2\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 = \alpha_2$.

✓ $E\{(X - \alpha)^k\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha)^k ; \forall k \in \mathbb{N} - \{0\} .$

En particular si $k=2, E\{(X - \alpha)^2\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\alpha)^2 = \mu_2$.

Para calcular la varianza, se utiliza la fórmula $Var(X) = E\{X^2\} - (E\{X\})^2$.

✓ $\varphi(t) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n e^{i \cdot t \cdot x_j} .$

Observación: Si $\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \{1, 2, \dots, n\}$ se cumple:

$$E\{X\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n i = \frac{1}{n} \cdot \frac{(n+1) \cdot n}{2} = \frac{n+1}{2}$$

$$E\{X^2\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{n} \cdot \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2 \cdot n+1)}{6}$$

$$\text{Var}(X) = E\{X^2\} - (E\{X\})^2 = \frac{1}{n} \cdot \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2 \cdot n+1)}{6} - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = n^2 - 1/12$$