Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f(x)=x^3-3x^2+2$. Estudia la monotonía y la curvatura. Obtener la recta normal a la función en el punto $x=0$ y escribe la recta en forma paramétrica.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ en el dominio $(0,+\infty)$. Aplica a la función el teorema de Lagrange en el intervalo $[2,3]$ y obtener el valor que predice el teorema.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=(x-a)e^x$. Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x=0$.

b) [1,5 puntos] Calcular $\lim_{x\rightarrow0}\left(\frac{1}{x}-\frac{\cos(x)}{sen(x)}\right)$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=6-\frac{1}{6}x^2$. Calcula las dimensiones de un rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes de coordenadas, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de $f(x)$ y la recta $y=0$. Realiza un dibujo del rectángulo inscrito y obtener dicha área máxima.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Demuestra usando el Teorema de Bolzano y el Teorema de Rolle que la ecuación $x=\sqrt{x}$ tiene una única solución para $x>\frac{1}{4}$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ en el dominio $(0,+\infty)$. Halla los extremos relativos y absolutos de $f(x)$ (abscisas donde se obtienen y sus ordenadas) en el intervalo $[\frac{1}{e},e]$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x)=e^{-2x}$. Dibuja el recinto delimitado por la gráfica de la función, la recta tangente a la función en el punto $x=\frac{-1}{2}$ y la recta $x=0$. Obtener el punto de corte de f y de la recta tangente con los ejes de coordenadas.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}=x+x\cdot e^{-x}$. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función que es paralela a la recta $r: x-y+1=0$.

b) [1,5 puntos] Estudia los extremos relativos de $f(x)=\frac{sen(x)}{\cos(x)+2}$ en el intervalo $[-\pi,\pi]$.