11.7 Ejercicios

(3) Convertir las coordenadas cilíndricas del punto en coordenadas rectangulares.

- $\left(3, \frac{\pi}{4}, 1\right)$ Coord. Cilíndricas

$x = r\cos\theta \rightarrow x = 3\cos \pi/4 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$y = r\operatorname{sen}\theta \qquad y = 3\operatorname{sen} \pi/4 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$z = 1.$

(4) Convertir las coordenadas rectangulares del punto en coordenadas cilíndricas.

- $(2, -2, -4)$.

$r = \sqrt{x^2+y^2} \longrightarrow r = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{4+4}$

$= 2\sqrt{2}.$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \rightarrow \theta = \tan^{-1}(-1) = -\pi/4.$

$z = -4.$

$\left(2\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}, -4\right)$ cilíndrica.

(11). $(1, \sqrt{3}, 4)$.

$r = \sqrt{(1)^2+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

$\theta = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{1} = \pi/3 \qquad (2, \pi/3, 4)$ cilíndrica

$z = 4$

. Hallar una ecuación en coordenadas cilíndricas de la ecuación dada en coordenadas rectangulares.

(13) $z = 4$. está en una ecuación en coordenadas cilíndricas (Plano).

(15) $x^2 + y^2 + z^2 = 17$. → Ecuación rectangular

$z^2 + x^2 + y^2 = 17$ $\qquad r^2 = x^2 + y^2$

$z^2 + r^2 = 17$ → Ecuación cilíndrica.

(17) $y = x^2$. → Ecuación Rectangular

$y = r \operatorname{sen} \theta$

$x = r \cos \theta$

$r \sin \theta = (r \cos \theta)^2$

$\frac{r \sin \theta}{r} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r}$

$\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{r \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

$\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} = r$

$\sin \theta \cdot \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\cos \theta} = r$

$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\cos \theta} = r$

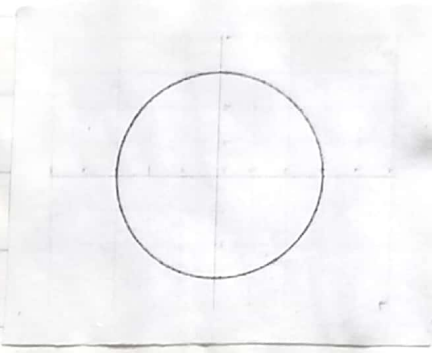
Ecuación Cilíndrica → $\boxed{\tan \theta \cdot \sec \theta = r}$

- Hallar una ecuación en coordenadas rectangulares de la ecuación dada en coordenadas cilíndricas y rectangulares.

(21) $r = 3$

$(\sqrt{x^2+y^2})^2 = (3)^2$

$x^2 + y^2 = 9$



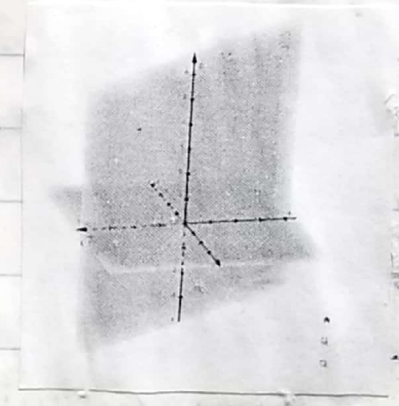
(23) $\theta = \pi/6$

$\tan \pi/6 = \frac{y}{x}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = y/x$

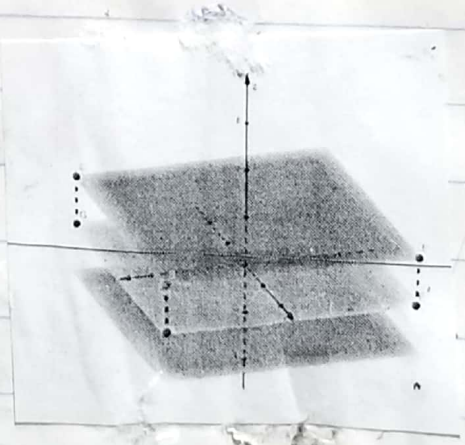
$x = \sqrt{3}y$

$x - \sqrt{3}y = 0$



(25) $r^2 + z^2 = 5$

$\sqrt{x^2+y^2} + z^2 = 5$



• Convertir las coordenadas rectangulares del punto en coordenadas esféricas.

(31) $(-2, 2\sqrt{3}, 4)$.

$$P = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$P = \sqrt{(-2)^2+(2\sqrt{3})^2+(4)^2} = \sqrt{4+12+16}$$

$$= \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$$

$$= \sqrt{16}\sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = \boxed{-\sqrt{3}}$$

$$\theta = \boxed{\frac{2\pi}{3}} \qquad \phi = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{\pi/4}$$

$\left(4\sqrt{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right)$ esféricas

(35) Convertir las coordenadas esféricas del punto en coordenadas rectangulares.

• $(4, \pi/6, \pi/4)$

$$x = 4 \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{6}$$

$$y = 4 \sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6} = \sqrt{2}$$

$$z = 4\cos\frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2}$$

$(\sqrt{6}, \sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
Rectangular.

- Hallar una ecuación en coordenadas esféricas de la ecuación dada en coordenadas rectangulares.

(41) $y = 2$. → Ecuación rectangular

$P \sin\phi \sin\theta = 2$.

$P = 2 \sin\phi \sin\theta = 2$.

$P = 2 \csc\phi \csc\theta$. Ecuación esférica.

(43) $x^2 + y^2 + z^2 = 49$. → Ecuación rectangular

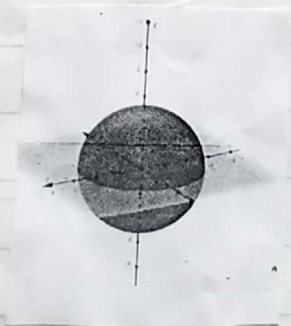
$P^2 = 49$

$P = \sqrt{49} = 7$, Ecuación esférica.

- Encontrar una ecuación en coordenadas rectangulares de la ecuación dada en coordenadas esféricas y dibujar su gráfica.

(49) $P = 5$

$x^2 + y^2 + z^2 = 25$



(51) $\phi = \pi/6$

$$\cos\phi = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{z^2}{x^2+y^2+z^2}$$

$$3x^2+3y^2-z^2 = 0,\ z \geq 0$$

(53) $\rho = 4\cos\phi$

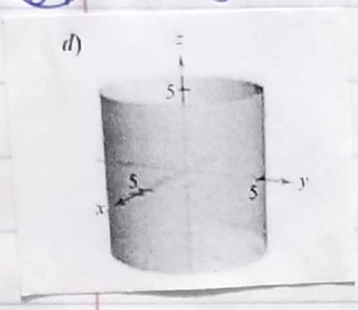
$$\sqrt{x^2+y^2+z^2} = \frac{4z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$x^2+y^2+z^2-4z = 0$$

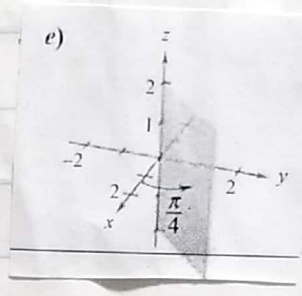
$$x^2+y^2+(z-2)^2 = 4,\ z \geq 0$$

• Asociar la ecuación con su gráfico.

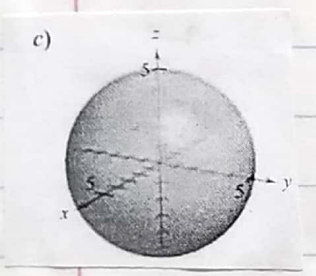
(89) $r = 5$



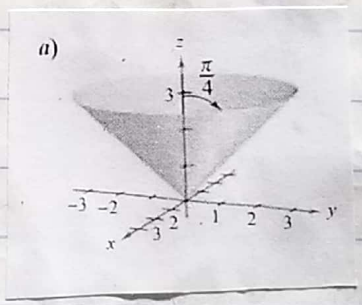
(90) $\theta = \pi/4$



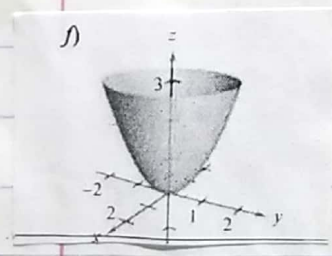
(91) $\rho = 5$



(92) $\phi = \pi/4$



(93) $r^2 = z$



(94) $\rho = 4 \sec \phi$