探究 3：祖暅原理和三棱锥的体积

探究人：　　　　　　　　　时间：　　　　　　　　　　指导老师：

探究目的：

1、利用祖暅定理推导出三棱锥的体积.

探究器材：

电脑（或平板或手机等设备）、玲珑画板软件、实验手册

探究步骤：

第一步：理论学习（介绍祖暅定理内容，复习柱体体积公式，并指出“等底面等高的两个椎体的体积相等”）.

第二步：将三棱柱分割成 3 个三棱锥

首先打开画板文件第 1 页（图 1、图 2、图 3），然后点击按钮“分割”，在动态过程中体会，三棱柱被平面 $A'BC$ 和平面 $A'B'C$ 分割成 3 个三棱锥，

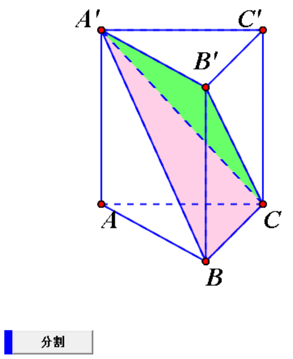

图 1

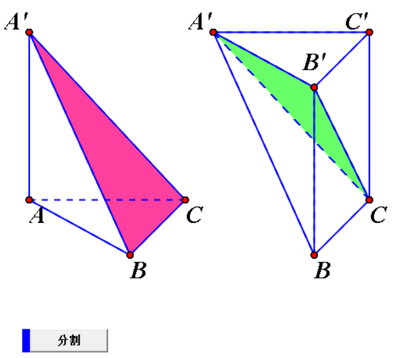

图 2

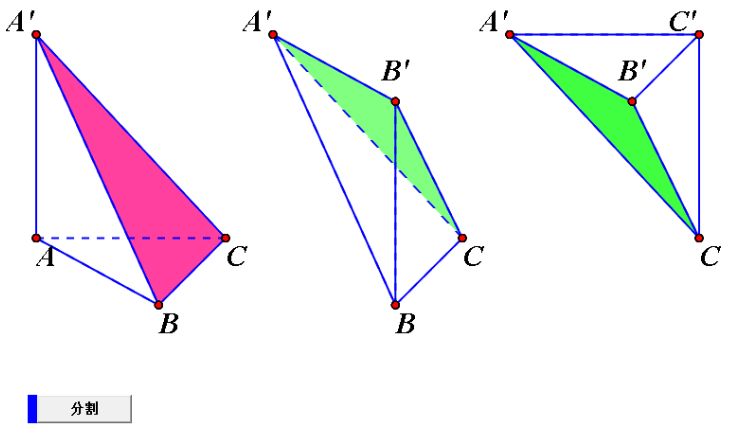

图 3

第三步：探究 3 个三棱锥的体积与三棱柱的关系

首先设三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的底面积（即 ΔABC 的面积）为 S，高（即点 A' 到平面 ABC 的距离）为 h，则它的体积为 Sh.

其次打开画板文件第 2 页（图 4），点击按钮“计算 1、2”（图 5），显示平面 $A'AB$ 和平面 $A'B'B$，可见三棱锥 1,2 的底面积相等（$S_{\Delta A'AB}=S_{\Delta A'B'B}$），高也相等（点 C 到平面 $-ABB'A'$ 的距离）.

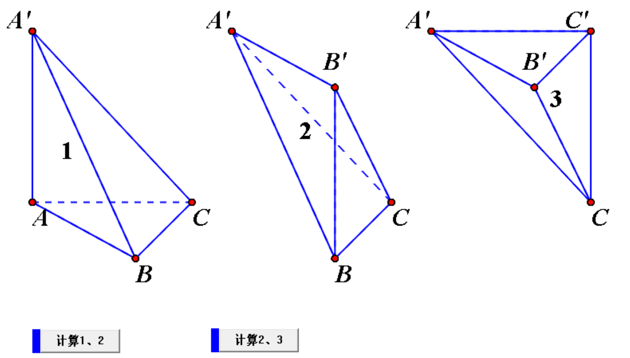

图 4

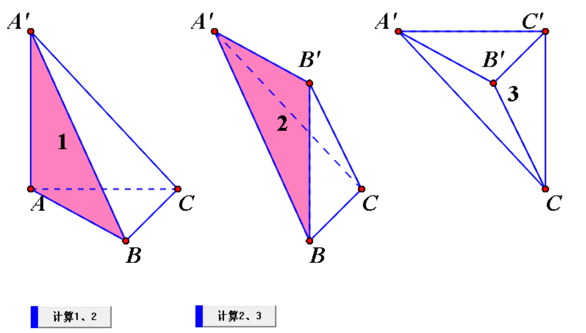

图 5

再次点击按钮“计算 1、2”，隐藏平面 $A'AB$ 和平面 $A'B'B$，接着点击按钮“计算 2、3”（图 6），显示平面 $B'BC$ 和平面 $B'C'C$，三棱锥 2,3 的底面积相等（$S_{\Delta B'BC}=S_{\Delta B'C'C}$），高也相等（点 A' 到平面 $-BCC'B'$ 的距离）.

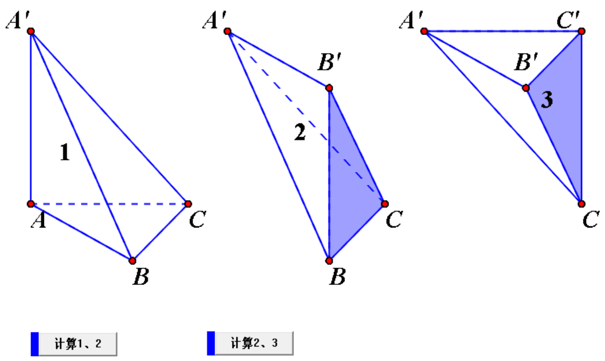

图 6

由此可见这三个三棱锥的体积相等，每个三棱锥的体积是 $\frac{1}{3}Sh$.

第四步：导出公式

首先打开画板文件第 3 页（图 7），点击按钮“计算体积”，显示平面 ABC，三棱柱 A'-ABC（即三棱锥 1），如果以 ΔABC 为底，那么它的底面积是 S，高为 h，则它的体积为 $\frac{1}{3}Sh$.这说

明三棱锥的体积等于它的底面积乘以高的积的三分之一.

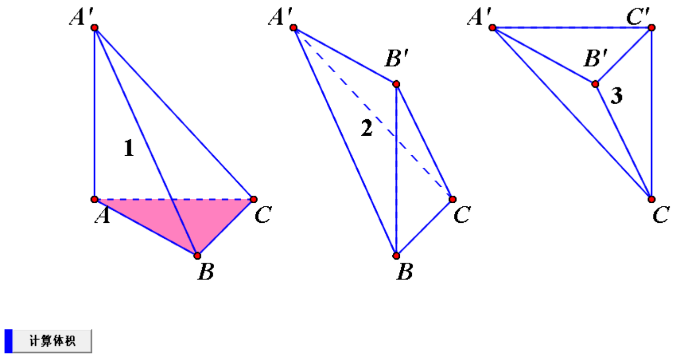

图 7

探究记录

1、在实验的第一步中，等底面等高的两个椎体（底面在同一平面内）被与底面平行的任一平面截得的两个平面的面积_____;

2、三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 第一次被平面 $A'BC$ 截为两部分，它们分别是几何体 _______和_______.

探究结论

三棱锥的体积等于它的底面积乘以高的积的三分之一，即为 $\frac{1}{3}Sh$.

交流与反思

1、根据祖暅定理，如何确定等底面等高的两个椎体的体积相等？

2、在确定三棱锥 1 与 2、2 与 3 的体积关系时，如何选择哪个平面为底？

探究练习：

1、用与三棱锥底面平行的平面去截三棱锥，所得截面与底面_____;

2、还有没有其它方式可将三棱柱分割为 3 个三棱锥？若有所得结论是否一致？