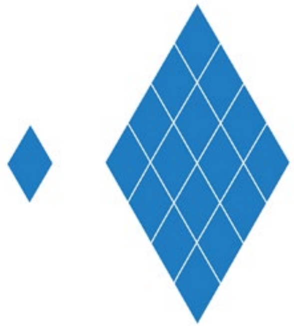
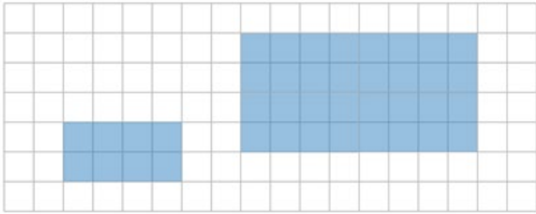
**1.** Observa les parelles de figures semblants i respon:

A


B


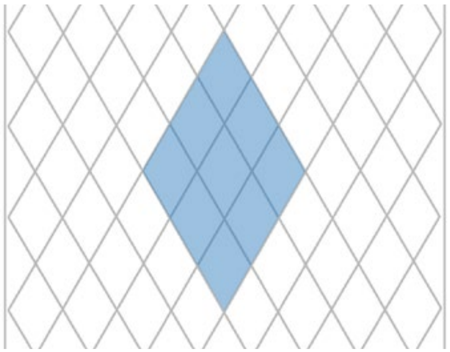
a. Quina és la raó de semblança de la figura B respecte de l'A en cada cas?
Primera parella: Com que la longitud de cada costat de la figura B és $4$ vegades la de la figura A, la raó de semblança és $4$.

Segona parella: Com que la longitud de cada costat de la figura B és $2$ vegades la de la figura A, la raó de semblança és $2$.

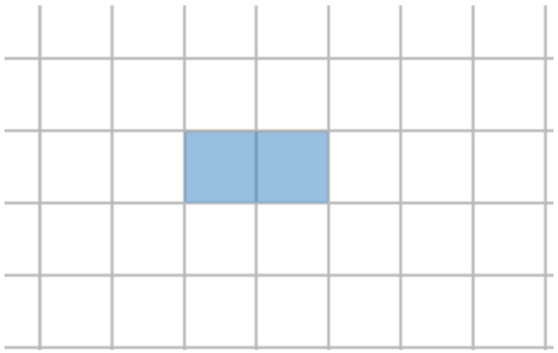
b. Dibuixa un rombe semblant al rombe A amb raó de semblança $3$.

c. Dibuixa un rectangle semblant al rectangle A amb raó de semblança $\frac{1}{2}$.

Rombe



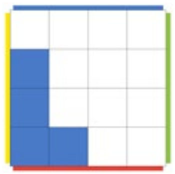
Rectangle



**2.** Observa el policub següent i respon les preguntes:

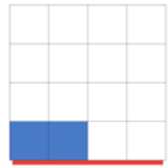
a. Quants cubets té? Quina és la seva àrea?

El cos està format per $4$ cubets. Donada la simetria del policub, per trobar l'àrea, pensem en les vistes de cada cara del cos:



$2$ cares amb $4$ quadradets

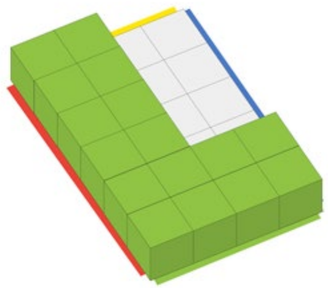
$2$ cares amb $3$ quadradets



$2$ cares amb $2$ quadradets

En total, l'àrea és $2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 18 \text{ u}^2$.

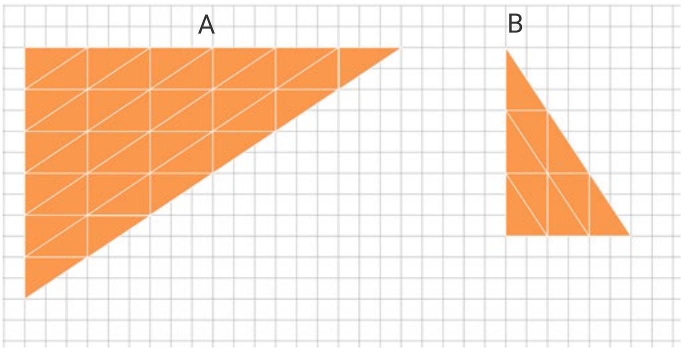
b. Representa sobre la quadrícula isomètrica un cos semblant amb raó de semblança $2$.



c. Quants cubets formen el cos que has representat?

Calen $4 \cdot 4 = 16$ cubets per fer un cos semblant de raó $2$.

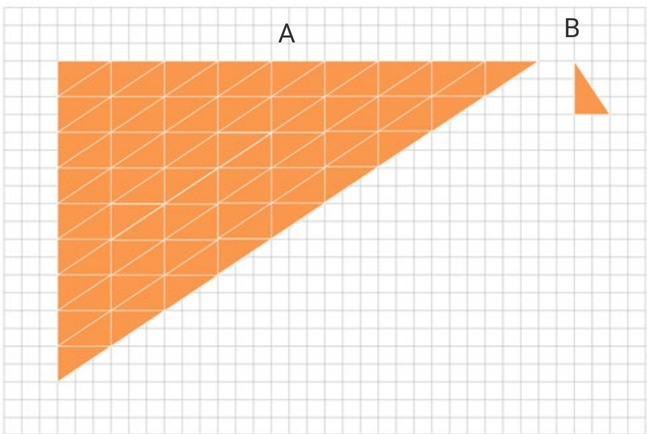
**1.** Observa els triangles semblants següents i respon:




a. Quina és la raó de semblança de la figura B respecte de l'A?

Com que els angles d'ambdós triangles són iguals i la longitud de cada costat de la figura B és la meitat de la longitud de la figura A, són semblants amb raó de semblança $\frac{1}{2}$.

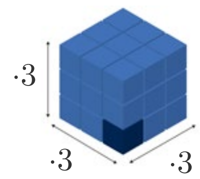
b. Dibuixa un triangle semblant al triangle B amb raó de semblança $3$ i un altre amb raó de semblança $\frac{1}{3}$.




**2.** Observa el policub següent i respon les preguntes:

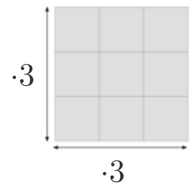
a. Si sabem que un policub semblant amb raó de semblança $3$ té un de volum $108\ \mathrm{u}^3$, quants cubets formen el policub original?

Per representar un policub semblant a l'inicial amb raó de semblança $3$, hem de triplicar la longitud de les arestes. Així, cada cubet inicial es converteix en $3^3 = 27$ cubets. Com que té un volum de $108\,\mathrm{u}^3$, llavors sabem que el policub original està format per $4$ cubets $(108 : 27)$.




b. Representa sobre la quadrícula isomètrica un policub semblant amb raó de semblança $3$. Quina àrea té?

Com que tripliquem la longitud de les arestes, l'àrea de cada cara quadrada queda multiplicada per $3^2$, de manera que l'àrea del cos és $18 \cdot 3^2 = 162\,\mathrm{u}^2$.

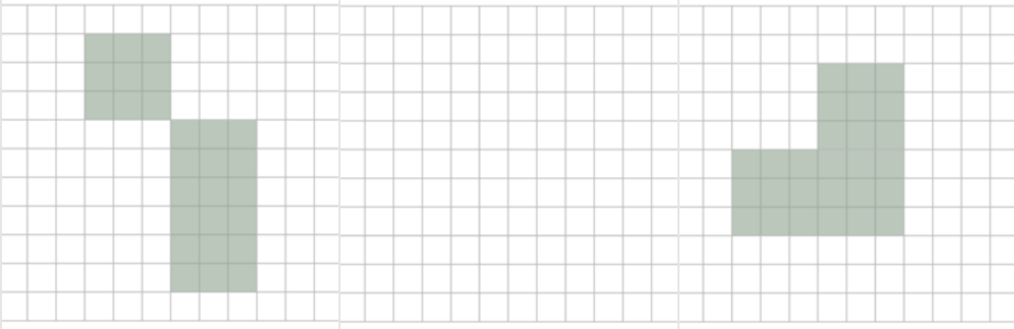



c. Sense dibuixar-lo, com canvien l'àrea i el volum d'un cos de raó amb semblança $4$ respecte del cos original?

Sabem que l'àrea i el volum varien proporcionalment a la raó de semblança elevada al quadrat i al cub, respectivament; llavors:
$18 \cdot 4^2 = 288\,\mathrm{u}^2$ i $4 \cdot 4^3 = 256\,\mathrm{u}^3$.

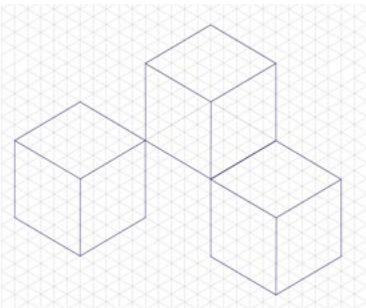
**1.** Observa les vistes i respon:

| Vista Zenital | Vista lateral | Vista frontal |
| --- | --- | --- |

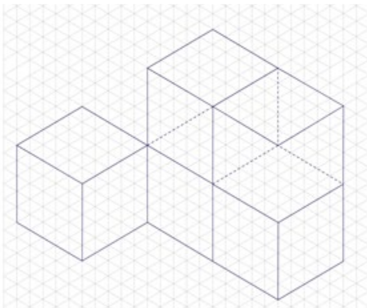


a. Entre quins valors se situa el volum del cos?

Com que no tenim les tres vistes, ens falta informació per determinar el volum de manera exacta, però podem definir entre quins valors se situarà.
Podem considerar que la vista zenital i la frontal constarien de $3$ peces iguals formades per $27$ cubets. Ara bé, amb aquestes vistes, podríem tenir un cos de fins a $5$ peces de $27$ cubets.



$3 \cdot 27 = 81\ \mathrm{u}^3$



$5 \cdot 27 = 135\ \mathrm{u}^3$

b. Sabem que un cos semblant amb raó de semblança $\frac{2}{3}$ té un volum de $32\ \mathrm{u}^3$. Quin és, doncs, el volum del cos inicial?

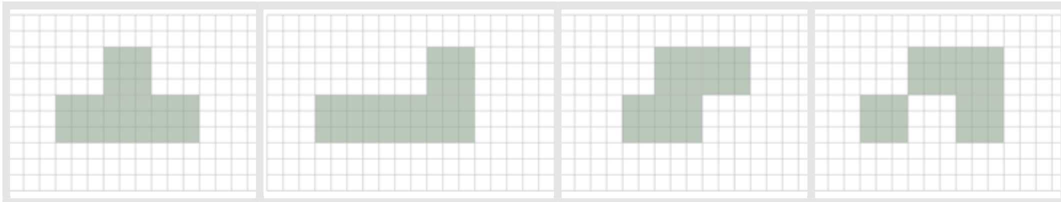
Si cada peça que forma el cos té costats de longitud $3$ cubets, un cos semblant amb raó de semblança $\frac{2}{3}$ té costats de longitud $2$ cubets.

Així que cada peça està formada per $8$ cubets. Com que el volum és $32\ \mathrm{u}^3$, llavors el cos té $32 : 8 = 4$ peces. Per tant, el volum del cos A és $4 \cdot 27 = 108\ \mathrm{u}^3$.

| Raó de semblança | Longitud costat $(\mathrm{u})$ |
| --- | --- |
| $1$ | $3$ |
| $\frac{1}{3}$ | $1$ |
| $\frac{2}{3}$ | $2$ |

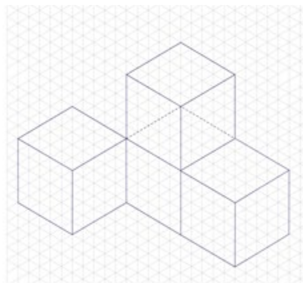
c. Representa'n una vista lateral. Quina és l'àrea del cos?

Hi ha $4$ possibles vistes laterals. Independentment de la que es representi, el cos té $20$ cares, així que $20 \cdot 3^2 = 180\ \mathrm{u}^2$.



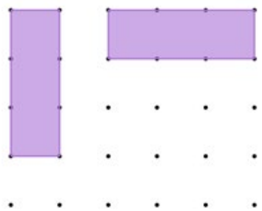
d. Representa sobre la quadrícula isomètrica un cos semblant amb raó de semblança $\frac{5}{3}$ respecte del cos inicial.

Un cos semblant al cos A amb raó de semblança $\frac{5}{3}$ ha de tenir $5$ cubets de costat.
Una possible representació és:



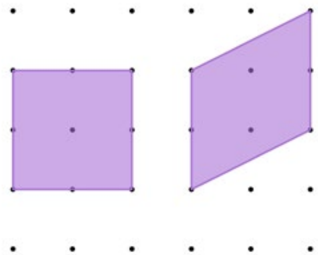
**1.** Quines d'aquestes parelles de polígons són semblants? Troba la raó de semblança del polígon de la dreta respecte del de l'esquerra.

a. Els segments corresponents d'ambdós rectangles tenen la mateixa longitud i els angles corresponents no han variat, l'única diferència és que un rectangle està girat $90°$ respecte de l'altre. Per tant, són semblants amb raó de semblança $1$.

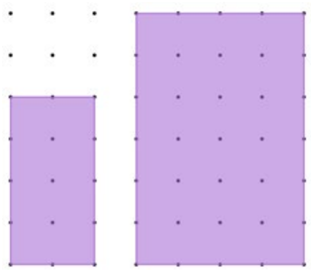


b. Els segments corresponents d'ambdós triangles tenen longituds directament proporcionals (els segments del triangle de la dreta mesuren el triple que els segments del de l'esquerra) i els angles corresponents no han variat. Per tant, són semblants amb raó de semblança $3$.

c. Els angles canvien: una figura té els $4$ angles rectes i l'altre té $2$ angles aguts i $2$ d'obtusos. Per tant, no són semblants.



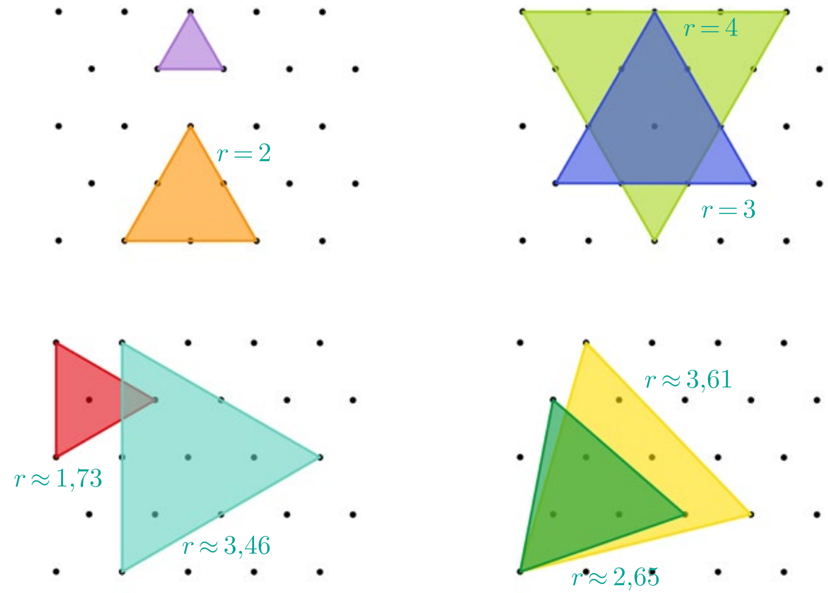
d. Els segments corresponents no tenen longituds directament proporcionals: la constant de proporcionalitat entre els costats curts és $2$, mentre que, entre els llargs, és $\frac{3}{2}$ . Per tant, no són semblants.



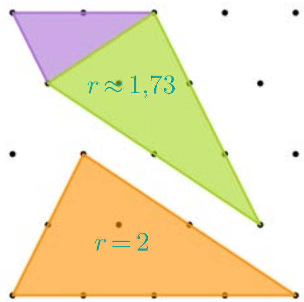
**2.** Per a cadascun dels polígons següents, troba *un* polígon semblant de mida diferent i representa'l al geoplà isomètric.

En cada cas, els polígons semblants i de mida diferent que podem trobar són:

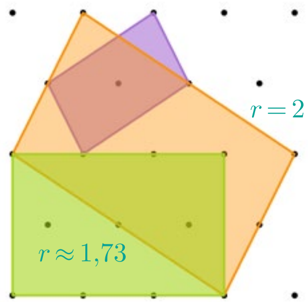
a.



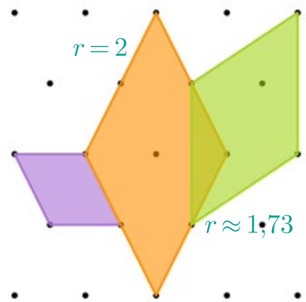

b.




c.

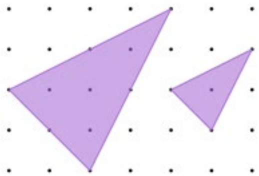



d.

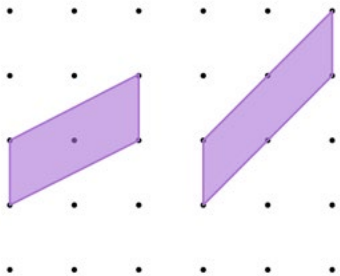


**1.** Quines d’aquestes parelles de polígons són semblants? Troba’n la raó de semblança.

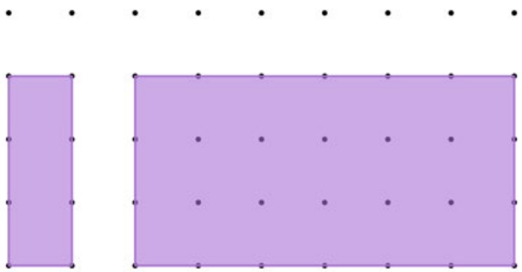
a. Els segments corresponents de tots dos triangles tenen longituds que són directament proporcionals (els segments del triangle de l’esquerra mesuren el doble que els segments del de la dreta) i els angles corresponents no varien. Per tant, són semblants amb raó de semblança 2 o bé $\frac{1}{2}$, en funció de l’ordre en què comparem els triangles.



b. Els angles corresponents varien: si ens fixem en l’angle agut dels dos paral·lelograms, en el de l’esquerra, és més gran que $45°$, mentre que en el de la dreta és de $45°$ (meitat d’un angle recte). Per tant, no són semblants.

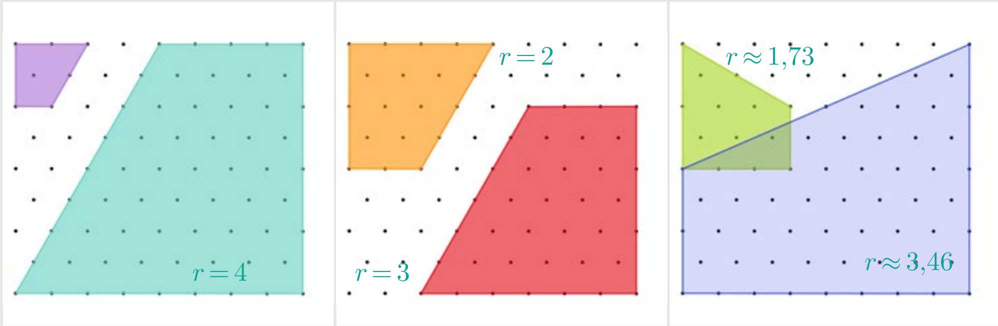


c. Els segments corresponents d’ambdós rectangles no tenen longituds proporcionals: la constant de proporcionalitat entre els costats curts és $3$, mentre que, entre els llargs, és $2$. Per tant, no són semblants.

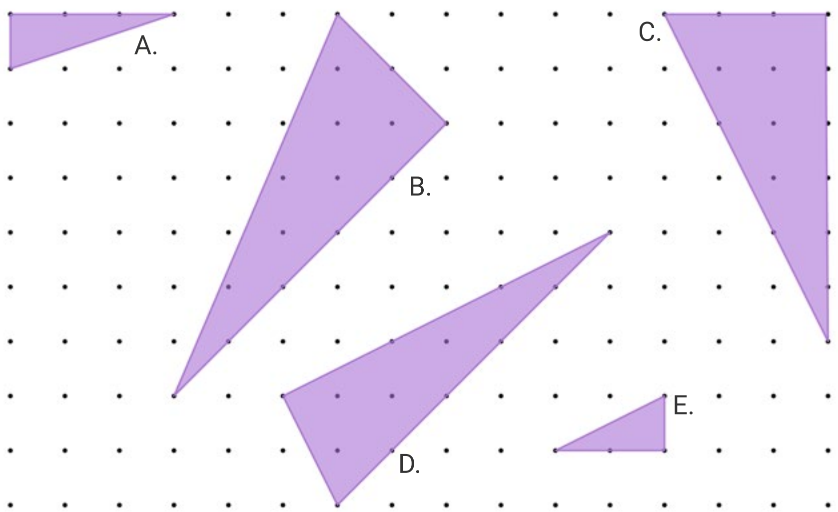


**2.** Troba com a mínim *tres* trapezis semblants a l’original i de mida diferent, i representa’ls al geoplà isomètric.

Podem representar cinc trapezis semblants i de mida diferent:



**1.** Quins d'aquests triangles són semblants? Troba la raó de semblança del triangle gran respecte del petit.

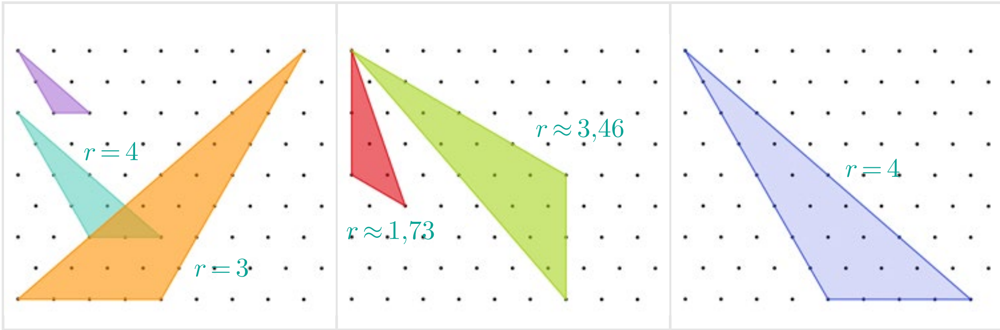



Com que totes les figures són triangles rectangles, els classifiquem segons la proporció entre base i alçada, de la mateixa manera que es pot fer amb els rectangles. Si considerem el costat petit com a base i el mitjà com a altura, llavors:

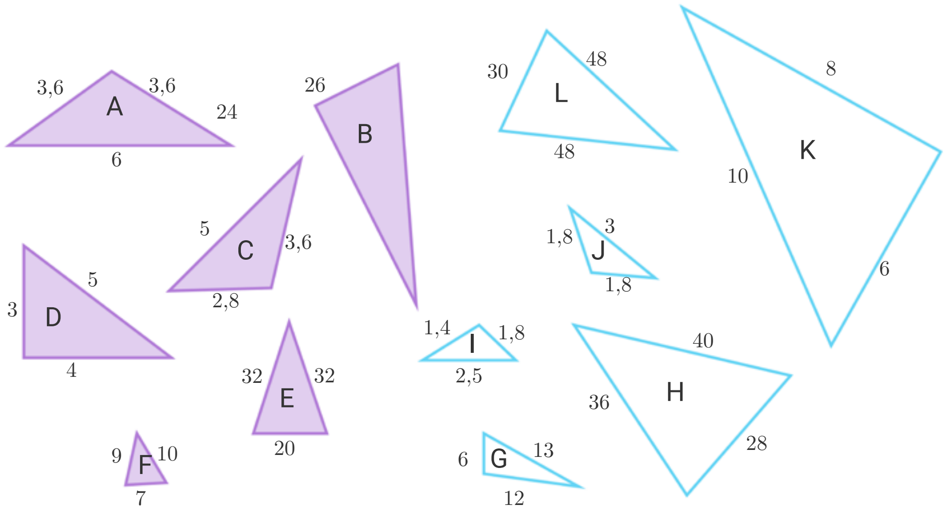
- A: $1$ a $3$
- B: $2$ a $5$
- C: $3$ a $6$ o, equivalentment, $1$ a $2$
- D: $1$ a $3$
- E: $1$ a $2$

Així doncs, A i D són triangles semblants amb raó de semblança $\sqrt{5}$ , valor que coincideix amb la longitud del costat petit del triangle D. També són semblants C i E, amb raó de semblança $3$.

**2.** Quins triangles semblants a l'original i de mida diferent pots representar en aquest geoplà isomètric?



**1.** Emparella un triangle acolorit amb un de semblant que no ho estigui i completa la taula.

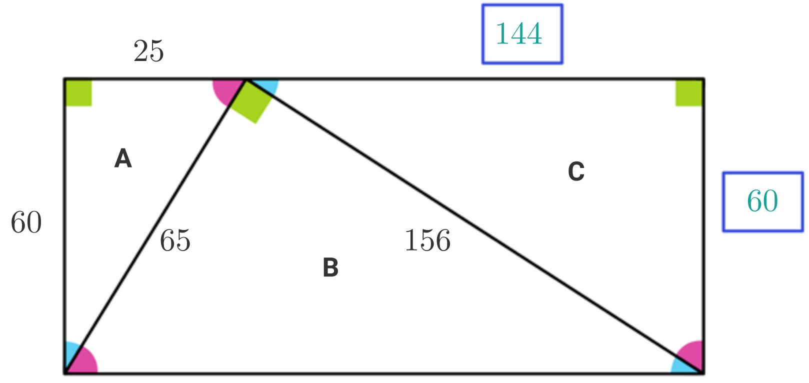



| Triangle acolorit | Triangle semblant | Raó de semblança |
|---|---|---|
| A | J | $\frac{1}{2}$ |
| B | | |
| C | I | $\frac{1}{2}$ |
| D | K | $2$ |
| E | L | $\frac{3}{2}$ |
| F | H | $4$ |

*Els triangles B i G estan desaparellats.*

**2.** A partir de la informació de la imatge:

a. Acoloreix amb un mateix color els angles que són iguals.




b. Omple les caselles amb les longituds dels costats que falten.

Com que els angles dels tres triangles són iguals, sabem que són semblants i, per tant, els costats corresponents de tots tres són proporcionals.

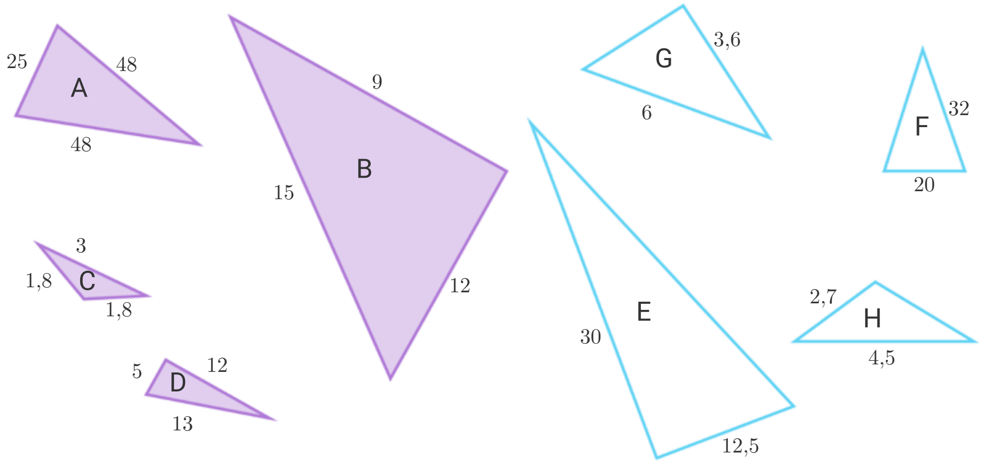
| Triangle acolorit | A | B | C |
|---|---|---|---|
| **Costat curt** | 25 $\cdot\, 2{,}6$ | 65 $\cdot\, 2{,}4$ | 60 |
| **Costat mitjà** | 60 $\cdot\, 2{,}6$ | 156 $\cdot\, 2{,}4$ | 144 |
| **Costat llarg** | 65 $\cdot\, 2{,}6$ | 169 $\cdot\, 2{,}4$ | 156 |

Si dividim els costats llargs dels triangles C i A, trobem que la raó de semblança és $r = \frac{156}{65} = 2{,}4$. A partir del valor de la raó de semblança, podem calcular quant fan els altres dos costats del triangle C.

c. Quina és la raó de semblança del triangle C respecte de l'A?

Si dividim els costats llargs dels triangles B i A, per exemple, trobem que la raó de semblança és $r = \frac{130}{50} = 2{,}6$.

**1.** Emparella un triangle acolorit amb un de semblant que no ho estigui i completa la taula.

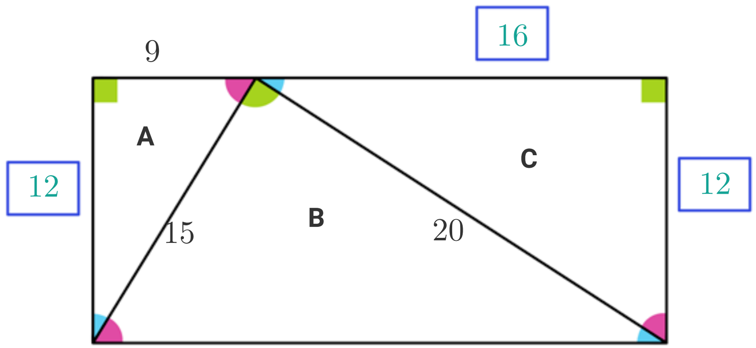



| Triangle acolorit | Triangle semblant | Longitud del costat que falta | Raó de semblança |
|---|---|---|---|
| A | | | |
| B | G | $4{,}8$ | $0{,}4$ |
| C | H | $2{,}7$ | $1{,}5$ |
| D | E | $32{,}5$ | $2{,}5$ |

Els triangles B i G estan desaparellats.

**2.** A partir de la informació de la imatge:

a. Acoloreix amb un mateix color els angles que són iguals.




b. Omple les caselles amb les longituds dels costats que falten.

Com que els angles dels tres triangles són iguals, sabem que són semblants i, per tant, els costats corresponents de tots tres són proporcionals.

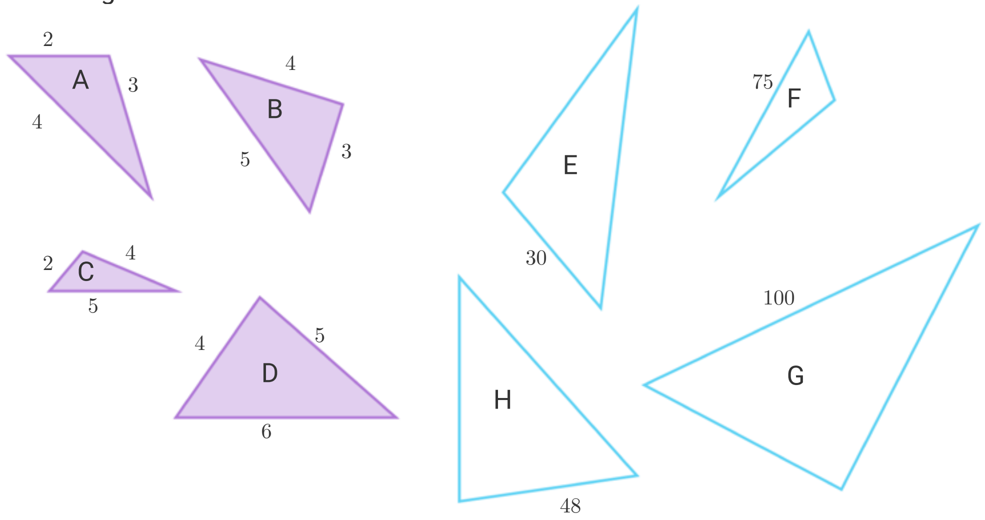
| Triangle acolorit | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Costat curt | $9$ $\cdot\frac{5}{3}$ | $15$ | $\cdot\frac{4}{3}$ $12$ |
| Costat mitjà | $12$ $\cdot\frac{5}{3}$ | $20$ | $\cdot\frac{4}{3}$ $16$ |
| Costat llarg | $15$ $\cdot\frac{5}{3}$ | $25$ | $\cdot\frac{4}{3}$ $20$ |

Si dividim els costats llargs dels triangles C i A, trobem que la raó de semblança és $r=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}=1{,}\widehat{3}$. A partir del valor de la raó de semblança, podem calcular quant fan els altres dos costats del triangle C. A més, com que els tres triangles formen un rectangle, sabem que el costat curt del C és igual al costat mitjà de l'A.
Quina és la raó de semblança del triangle C respecte de l'A?

c. Quina és la raó de semblança del triangle B respecte de l'A?

Si dividim els costats llargs dels triangles B i A, per exemple, trobem que la raó de semblança és $r=\frac{15}{9}=\frac{5}{3}=1{,}\widehat{6}$.

**1.** Cada triangle acolorit de la imatge es pot emparellar amb un de semblant que no ho està. Sabem que tots els triangles sense acolorir tenen un costat de $60$ unitats de longitud.




a. Completa la taula.

| Triangle acolorit | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| Triangle semblant | E | G | F | H |
| Costat curt | $30$ | $60$ | $30$ | $48$ |
| Costat mitjà | $45$ | $80$ | $60$ | $60$ |
| Costat llarg | $60$ | $100$ | $75$ | $72$ |
| Raó de semblança | $15$ | $20$ | $15$ | $15$ |

b. Tenim un triangle, J, que és semblant a un dels triangles acolorits i té un perímetre de $36$ unitats de longitud. Si la raó de semblança respecte del triangle acolorit és un nombre natural, raona si les afirmacions següents són certes:

Com que sabem que els perímetres de dues figures semblants mantenen la relació de proporcionalitat dels costats, podem calcular la raó de semblança del triangle J respecte de cada un dels triangles acolorits.

| Triangle acolorit | Perímetre | Raó de semblança |
|---|---|---|
| A | $9$ | $\frac{36}{9} = 4$ |
| B | $12$ | $\frac{36}{12} = 3$ |
| C | $11$ | $\frac{36}{11}$ |
| D | $15$ | $\frac{36}{15} = \frac{12}{5}$ |

- És possible que el triangle semblant sigui l'A.

CERTA, perquè el triangle A pot ser semblant al triangle J amb $r$ = 4, però també ho pot ser el triangle B, amb $r$ = 3.

- Segur que el triangle semblant és el B.

FALSA, perquè el triangle A també pot ser semblant al triangle J amb $r$ = 4.

- És impossible que el triangle semblant sigui el C.

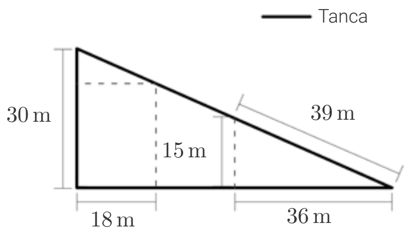
CERTA, perquè la raó de semblança no és un nombre natural.

- És possible que el triangle semblant sigui el D.

FALSA, perquè la raó de semblança no és un nombre natural.

**1.** L'Aniol divideix el seu hort triangular de la manera següent:

Les tanques que divideixen l'hort són paral·leles a un dels costats del triangle. Així doncs, pel teorema de Tales, les divisions formen tres triangles semblants:




Quina longitud tenen les tres tanques que envolten l'hort?

El triangle de l'hort (gran) i el de cebes (petit) són semblants i, per tant, els costats corresponents són proporcionals. Per trobar els costats podem fer ús d'una taula de proporcionalitat:

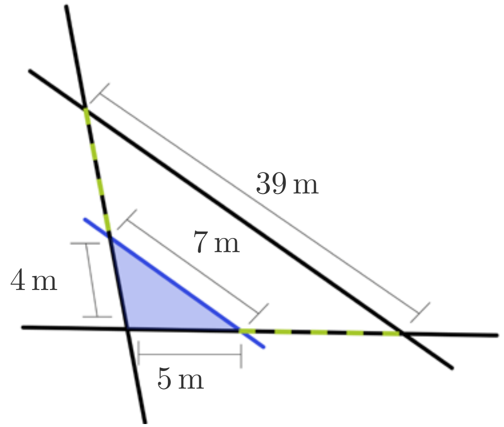
| Longitud (m) | | |
|---|---|---|
| Triangle petit | | Triangle gran |
| 15 | $\cdot 2$ | 30 |
| 36 | $\cdot 2$ | 72 |
| 39 | $\cdot 2$ | 78 |

b. Quina longitud tenen els costats exteriors de la zona dels carbassons?

El triangle de carabassons (petit) i el de cebes (gran) són semblants i, per tant, els costats corresponents són proporcionals:

| Longitud (m) | | |
|---|---|---|
| Triangle petit | | Triangle gran |
| 15 | $\cdot \frac{1}{2}$ | 7,5 |
| 36 | $\cdot \frac{1}{2}$ | 18 |
| 39 | $\cdot \frac{1}{2}$ | 19,5 |

**2.** Per formar un triangle semblant a l'original, tracem la paral·lela del dibuix. Troba la longitud dels segments puntejats:



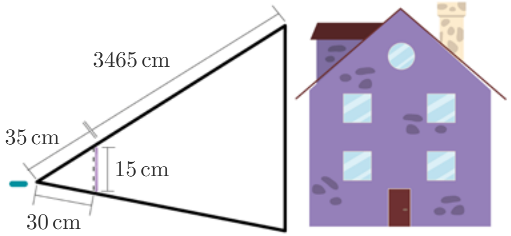

Els dos triangles són semblants i, per tant, podem calcular la longitud dels costats del triangle gran fent ús de la proporcionalitat entre costats corresponents:

| Longitud (m) | | |
|---|---|---|
| Triangle petit | | Triangle gran |
| 7 | $\cdot 2$ | 14 |
| 4 | $\cdot 2$ | 8 |
| 5 | $\cdot 2$ | 10 |

Així doncs, la longitud dels segments puntejats és $8 - 4 = 4$ i $10 - 5 = 5$.

**1.** L'Eva vol mesurar l'alçària d'un edifici. Per fer-ho, col·loca el mòbil, de 15 cm de llarg, paral·lel a l'edifici i pren les mesures següents amb un distanciòmetre làser:

El mòbil i l'edifici formen, amb el làser del distanciòmetre, dos triangles semblants (pel teorema de Tales), un de petit amb costats de $15\ \text{cm}$, $30\ \text{cm}$ i $35\ \text{cm}$ de longitud; i un de gran amb només un costat conegut i de longitud $3\,500\ \text{cm}\ (35 + 3\,465)$.




a. Quina és l'alçària de l'edifici?

L'alçària de l'edifici coincideix amb la longitud d'un dels costats del triangle gran, i la calculem amb l'ajuda d'una taula de proporcionalitat.

Longitud (cm)

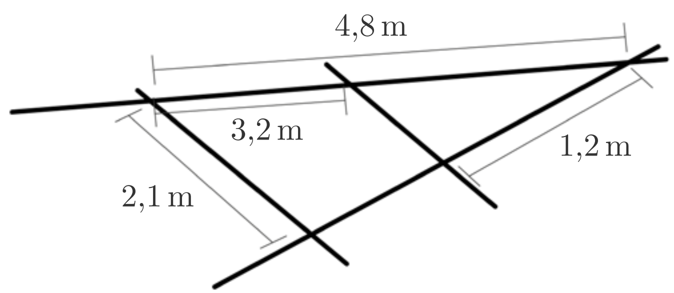
| Triangle petit | | Triangle gran |
|---|---|---|
| 15 | $\cdot 1\,000$ | 1 500 |
| 30 | $\cdot 1\,000$ | 3 000 |
| 35 | $\cdot 1\,000$ | 3 500 |

L'edifici fa $15\ \text{m}$ l'alçària ($1\,500\ \text{cm}$).

b. Quina distància hi ha entre la part inferior del mòbil i la part inferior de l'edifici?

Calculem la diferència entre les distàncies des del punt on hi ha el distanciòmetre fins a les parts inferiors del mòbil i l'edifici: $3\,000 - 30 = 2\,970\ \text{cm} = 29{,}7\ \text{m}$.

**2.** Calcula el perímetre dels dos triangles que apareixen a la figura següent:




A la figura hi apareixen dos triangles que tenen dos costats sobre les mateixes dues rectes. Els altres costats són paral·lels entre ells. Així doncs, pel teorema de Tales, els dos triangles són semblants. D'aquesta manera, calculem el valor dels costats dels triangles fent ús de la proporcionalitat entre costats corresponents:

Longitud (m)

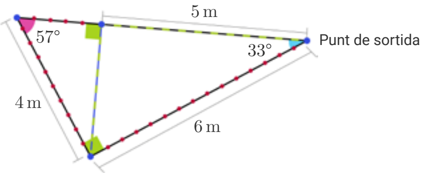
| Triangle petit | | Triangle gran |
|---|---|---|
| 1,2 | $\cdot 3$ | 3,6 |
| 1,6 | $\cdot 3$ | 4,8 |
| 0,7 | $: 3$ | 2,1 |

Calculem el perímetre dels triangles sumant les longituds de tots els costats: $4{,}8 + 3{,}6 + 2{,}1 = 10{,}5\ \text{m}$ i $1{,}2 + 1{,}6 + 0{,}7 = 3{,}5\ \text{m}$.

**1.** L'objectiu d'un concurs de robots és dibuixar la figura següent:

Un equip té dos robots, els fa sortir des d'un mateix punt i programa les instruccions de manera que:

1. El primer robot avança $6\ \mathrm{m}$, gira $90°$ a la dreta, avança $4\ \mathrm{m}$ i s'atura.
2. El segon robot avança $5\ \mathrm{m}$ en direcció al primer robot, gira $90°$ a l'esquerra i avança fins al punt on el primer robot ha girat.
3. El primer robot acaba de fer el dibuix.




Quina distància ha recorregut cada robot?

El primer robot segueix el camí de punts (· ·) i el segon robot segueix el camí de ratlles (- -).

El dibuix és un triangle rectangle amb l'altura respecte al vèrtex de $90°$, de manera que hi apareixen $3$ triangles. Tots $3$ tenen els mateixos angles i, per tant, són semblants. Així, els costats corresponents són proporcionals i en podem calcular el valor amb una taula de proporcionalitat, on comparem els tres triangles (petit, mitjà i gran):

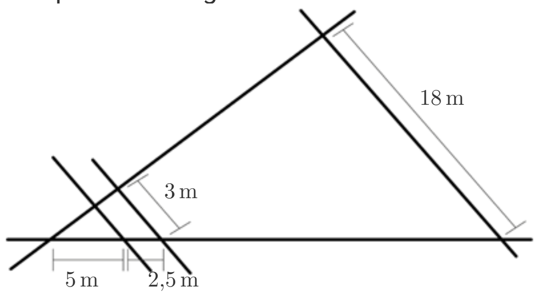
| | Longitud triangle petit $(\mathrm{m})$ | Longitud triangle mitjà $(\mathrm{m})$ | Longitud triangle gran $(\mathrm{m})$ |
|---|---|---|---|
| Catet curt | $2,\widehat{2}$ | $\xleftarrow{:1,5}$ $3,\widehat{3}$ | $\xleftarrow{:1,2}$ $4$ |
| Catet Llarg | $3,\widehat{3}$ | $\xleftarrow{:1,5}$ $5$ | $\xrightarrow{\cdot 1,2}$ $6$ |
| Hipotenusa | $4$ | $\xrightarrow{\cdot 1,5}$ $6$ | $\xrightarrow{\cdot 1,2}$ $7,2$ |

Com a resultat, els robots han recorregut les distàncies següents:

Robot 1: $6+4+2,\widehat{2}=12,\widehat{2}\ \mathrm{m}$

Robot 2: $5+3,\widehat{3}=8,\widehat{3}\ \mathrm{m}$

**2.** Són semblants els trapezis de la figura?




Per determinar si els trapezis són semblants, primer hem de trobar la longitud dels costats.

A la figura hi apareixen tres triangles que, pel teorema de Tales, són semblants entre ells (tenen dos costats sobre les mateixes rectes i els altres són paral·lels entre ells). Podem calcular la longitud dels costats a partir de la proporcionalitat entre costats corresponents:

| | Longitud triangle petit $(\mathrm{m})$ | Longitud triangle mitjà $(\mathrm{m})$ | Longitud triangle gran $(\mathrm{m})$ |
|---|---|---|---|
| Costat curt | $3$ | $\xrightarrow{\cdot 1,5}$ $4,5$ | $\xrightarrow{\cdot 6}$ $18$ |
| Costat llarg | $5$ | $\xrightarrow{\cdot 1,5}$ $7,5$ | $\xrightarrow{\cdot 6}$ $30$ |

Per trobar el valor del costat del trapezi que no coincideix amb el del triangle, fem la diferència entre el costat del triangle gran i el del mitjà $(30-7,5=22,5\ \mathrm{m})$. Els trapezis no són semblants, ja que la raó de proporcionalitat entre costats corresponents no sempre és la mateixa:

$18:4,5=4$ i $22,5:2,5=9$