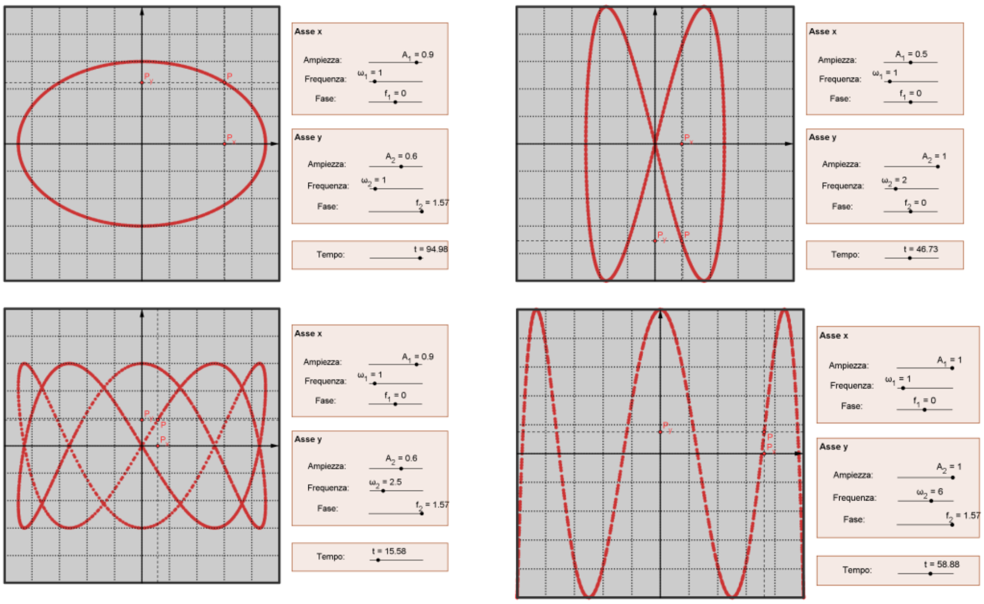
Figure di Lissajous

Le figure di Lissajous costituiscono un interessante esempio di sovrapposizione di onde. Si generano considerando due oscillazioni sinusoidali indipendenti, lungo gli assi *x* e *y*:

$$\begin{cases} P_x = A_1 \cos(\omega_1 t + f_1) \\ P_y = A_1 \cos(\omega_2 t + f_2) \end{cases}$$

Le figure sono determinate dal punto $P = (P_x, P_y)$ e si ottengono curve di vario genere al variare di ampiezza, frequenza e fase delle due sinusoidi. In figura, se ne mostrano alcuni esempi:



Solo in qualche caso particolare, è possibile eliminare il parametro *t* e derivare da (1) una funzione $f(x, y) = 0$. Ad esempio, se $\omega_1 = \omega_2$ e $f_1 = f_2$, da (1) segue facilmente:

$$\frac{y}{A_2} = \frac{x}{A_1} \rightarrow y = kx \qquad (2)$$

che rappresenta una retta per l'origine. Se $\omega_1 = \omega_2$ e $f_1 = 0$ e $f_2 = \pm\frac{\pi}{2}$, si ha invece:

$$\begin{cases} x(t) = A_1 \sin \omega t \\ y(t) = A_2 \cos \omega t \end{cases} \rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 \qquad (3)$$

che rappresenta una ellisse e, se $A_1 = A_2$, una circonferenza.

La varietà di situazioni che si possono osservare è grande. Prova a rispondere alle seguenti domande, impostando adeguatamente i parametri:

1. In primo luogo, verifica le semplici situazioni presentate in (2) e (3);
2. Se poniamo $\omega_1 = \omega_2$ e variamo la relazione di fase tra la $x(t)$ e la $y(t)$ (ad esempio, mantenendo $f_1 = 0$ e variando f_2), cosa si osserva? Ci sono differenze se scegliamo $A_1 = A_2$ oppure $A_1 \neq A_2$?
3. Se $\omega_1 = \frac{1}{2}\omega_2$ ed $f_1 = 0$, cosa succede al variare di f_2? E se invece è $\omega_1 = 2\omega_2$ ed $f_1 = 0$?
4. Cosa si osserva se ω_1 e ω_2 differiscono di poco?