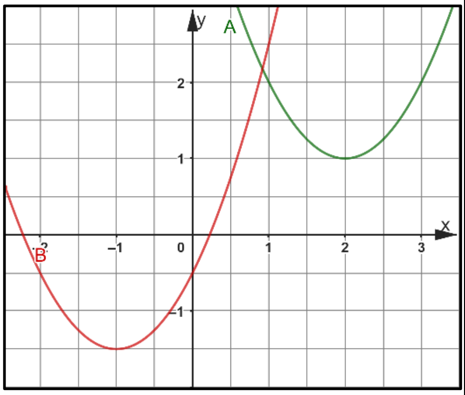
Der Graph der Funktion f mit $f(x) = (x - d)^2 + e$ ist eine Normalparabel mit dem Scheitel S(d|e), die durch eine Verschiebung der Normalparabel mit dem Scheitel S(0|0) um d Längeneinheiten in x-Richtung und um e Längeneinheiten in y-Richtung entsteht.

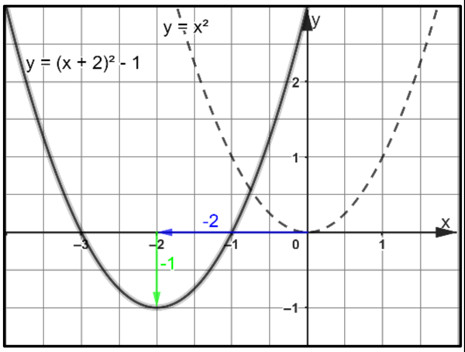
Ziel: Festigung und Vertiefung dieser Inhalte.

## Beispiel: Die Funktionsgleichung aus dem Graphen bestimmen, einen Graphen zeichnen

a) Abgebildet sind die Parabeln A und B. Sie sind die Graphen der Funktionen f und g mit Gleichungen der Form $f(x) = (x - d)^2 + e$ bzw. $g(x) = (x - d)^2 + e$.
Bestimme die Funktionsgleichungen.

b) Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x) = (x + 2)^2 - 1$. Ihr Graph ist eine Parabel.
Gib die Koordinaten des Scheitels der Parabel an, und zeichne die Parabel für $-4 \le x \le 0$ ins KOS.




### Vorgehensweise:

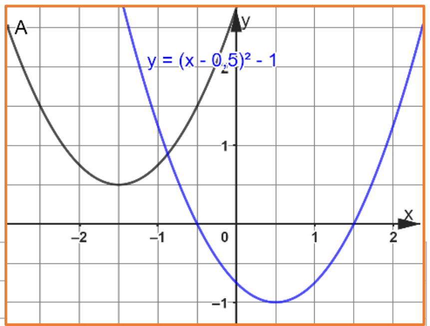
a) A: Scheitel ist S(2|1) (abgelesen), also d = 2 und e = 1.
Einsetzen von d und e in $f(x) = (x - d)^2 + e$ ergibt:
$f(x) = (x - 2)^2 + 1$
B: Scheitel ist S(-1|-1,5), also d = -1 und e = -1,5.
Einsetzen von d und e in $g(x) = (x - d)^2 + e$ ergibt:
$g(x) = (x - (-1))^2 + (-1{,}5) = (x + 1)^2 - 1{,}5$.

b) Es ist $f(x) = (x + 2)^2 - 1 = (x - (-2))^2 + (-1)$, also d = -2 und e = -1. Scheitel ist daher S(-2|-1).
Man skizziert die Normalparabel mit der Gleichung $y = x^2$ und verschiebt diese um -2 LE in x-Richtung und um -1 LE in y-Richtung.

## Aufgabe

1 Abgebildet ist die Parabel A. Sie ist der Graph einer Funktion f mit einer Gleichung der Form $f(x) = (x - d)^2 + e$. Bestimme die Funktionsgleichung.

2 Zeichne für $-1{,}5 \le x \le 2$ eine Parabel mit der Gleichung $y = (x - 0{,}5)^2 - 1$ ins Koordinatensystem von Aufgabe 1.




1 Scheitel S(-1,5|0,5), also d = -1,5 und e = 0,5.

Einsetzen: $f(x) = (x - (-1{,}5))^2 + 0{,}5 = (x + 1{,}5)^2 + 0{,}5$.

2 An der Gleichung liest man ab: d = 0,5 und e = -1.

Man muss die Normalparabel mit Scheitel S(0|0) also um 0,5 LE nach rechts und um 1 LE nach unten verschieben.

CC BY NC SA

## Beispiel: Punktprobe durchführen

Prüfe für die Punkte P(-2|6) und Q(4|22), ob sie auf dem Graphen der Funktion f mit $f(x) = (x + 1)^2 + 5$ liegen.

### Vorgehensweise:

Man setzt die x-Koordinate des Punktes in die Funktionsgleichung von f ein und überprüft, ob sich als Funktionswert die y-Koordinate des Punktes ergibt.
Für P(-2|6): $f(-2) = (-2 + 1)^2 + 5 = (-1)^2 + 5 = 1 + 5 = 6 = 6$. P liegt also auf dem Graphen von f.
Für Q(4|22): $f(4) = (4 + 1)^2 + 5 = 5^2 + 5 = 25 + 5 = 30 \neq 22$. Q liegt nicht auf dem Graphen.

## Aufgabe

3 Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = (x - 2)^2 - 3$ und $g(x) = (x + 1)^2$.
Prüfe, ob der Punkt P(0|1) auf dem Graphen von f bzw. auf dem Graphen von g liegt.

3 Für f: $f(0) = (0 - 2)^2 - 3 = (-2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1 = 1$.

P liegt also auf dem Graphen von f.

Für g: $g(0) = (0 + 1)^1 = 1^2 = 1 = 1$.

P liegt also auch auf dem Graphen von g.

## Beispiel: Punkte auf der Parabel bestimmen

Gegeben ist eine Normalparabel mit dem Scheitel S(1|0). Der Punkt P(2|y) liegt ebenfalls auf dieser Parabel. Bestimme die y-Koordinate von P.

### Vorgehensweise:

Da die Parabel den Scheitel S(1|0) hat, ist d = 1 und e = 0. Sie hat also die Gleichung $y = (x - 1)^2$.
Setzt man x = 2 in die Gleichung ein, ergibt sich $y = (2 - 1)^2 = 1^2 = 1$.
Der Punkt P hat die Koordinaten P(2|1).

## Aufgabe

4 Eine verschobene Normalparabel hat den Scheitel S(5|-7). Außerdem liegt der Punkt P auf der Parabel. Bestimme die y-Koordinate von P für a) P(-1|y); b) P(3|y).

4 Aus S(5|-7) folgt d = 5 und e = -7.

Parabelgleichung: $y = (x - 5)^2 + 7$.

a) Setzt man x = -1 in die Gleichung ein, ergibt sich

$y = (-1 - 5)^2 + 7 = (-6)^2 + 7 = 36 + 7 = 43$.

b) Setzt man x = 3 ein, ergibt sich $y = (3 - 5)^2 + 7 = (-2)^2 + 7 = 4 + 7 = 11$.

CC BY NC SA