Teoría – Tema 9

Teoría - 8 - Condición necesaria de punto de inflexión

Cambio en la curvatura

Una función convexa presenta una curva con forma feliz, sonriente: **U**

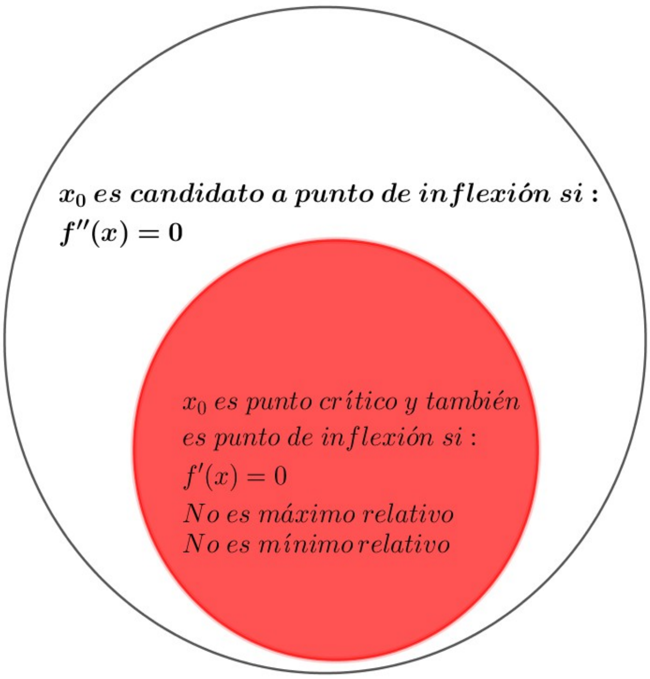
Mientras que una función cóncava muestra una curva con forma triste: ∩

A estas dos formas de la curva generan el concepto de curvatura.

Al punto donde se produzca un cambio de curvatura (de cóncava a convexa, o de convexa a cóncava) se le conoce como punto de inflexión.

Los puntos de inflexión no tienen por qué ser puntos críticos

Un punto crítico puede ser un punto de inflexión, pero no todos los puntos de inflexión son puntos críticos.

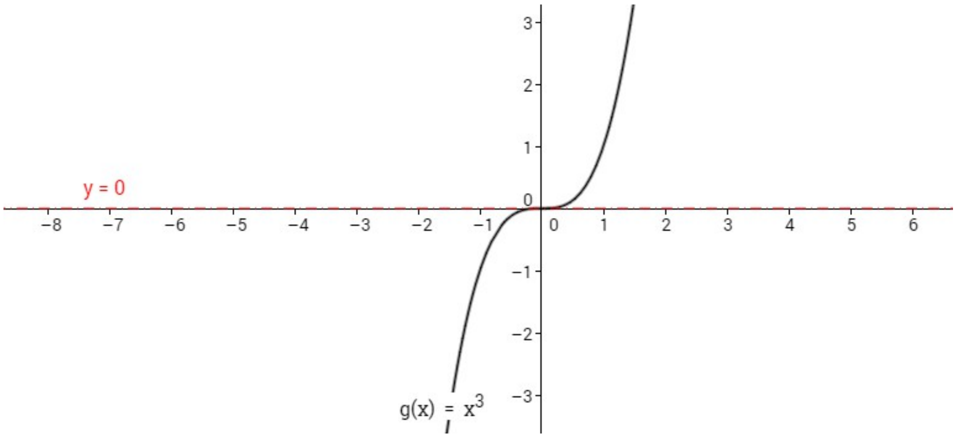


Sabemos que un punto crítico puede ser máximo relativo, mínimo relativo o punto de inflexión. Pero no todos los puntos de inflexión tienen por qué anular la primera derivada.

Lo que sí cumplen todos los puntos de inflexión es que anulan la segunda derivada. Por eso **la condición necesaria de punto de inflexión es**:

$$f''(x)=0$$

Todos los puntos que anulen la segunda derivada son candidatos a convertirse en puntos de cambio de curvatura. Para entender el por qué de esta condición necesaria, pensemos en el caso de la función polinómica cúbica $f(x)=x^3$.

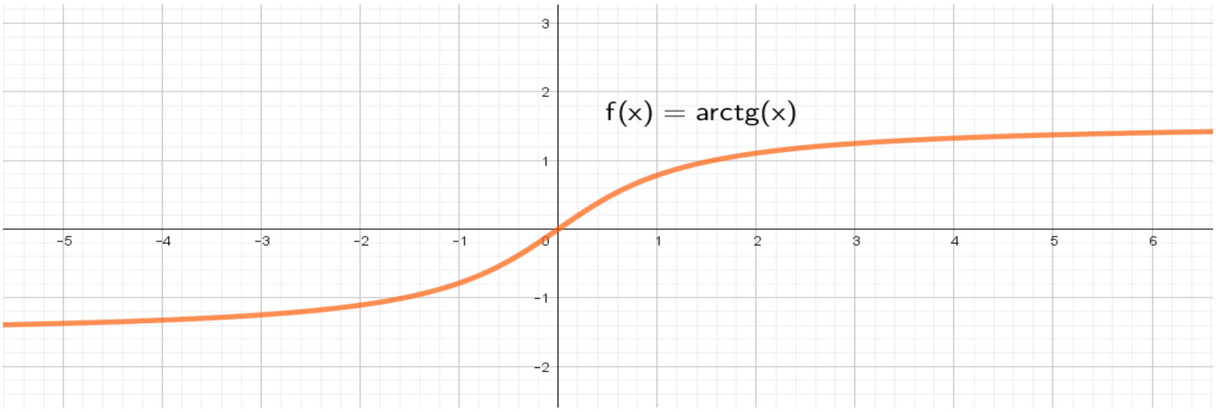


En $x=0$ comprobamos que la función pasa de cóncava a convexa (pasa de triste a feliz).

La derivada de $f(x)=x^3$ es $f'(x)=3x^2$. Es decir, la derivada es una parábola con un mínimo relativo en $x=0$.

Por lo tanto, el punto de inflexión de $f(x)=x^3$ se convierte en un extremo relativo de la función derivada $f'(x)=3x^2$. Y si la condición necesaria de extremo relativo de una función es anular la derivada de esa función, si aplicamos esto a $f'(x)=3x^2$ tendremos que la condición necesaria de punto de inflexión implica anular la derivada de la primera derivada. Es decir, anular la segunda derivada.

En el caso $f(x)=x^3$ se cumple que $x=0$ es punto crítico y punto de inflexión, ya que anula tanto la primera como la segunda derivada. Pero esto no siempre es así. Por ejemplo, en la función $f(x)=arcotg(x)$ encontramos un punto de inflexión que no es punto crítico, porque no anula la primera derivada.



¿Todos los puntos que anulen la primera derivada serán seguro puntos de inflexión?

No. Puede que sí lo sean, o puede que no. Para saberlo seguro, tendremos que aplicar al menos una condición suficiente, como estudiaremos en el siguiente apartado.