# Problemas – Tema 5

# Problemas resueltos - 7 - cociente de polinomios con raíces complejas

**1. Calcula** $\int \frac{1}{2x^2+x+2}dx$

El denominador es una **ecuación de segundo grado sin solución real**. Como el numerador es un polinomio de grado cero, buscamos la integral de la arcotangente. Para ello, operamos en el denominador.

Normalizamos el factor que acompaña a $x^2$ . Para ello, sacamos factor común de $2$ . Así el denominador queda:

$$2x^2+x+2=2(x^2+\frac{x}{2}+1)$$

El polinomio de grado dos intentamos transformarlo en la suma de un número más un binomio de Newton, de la forma:

$(x+a)^2=x^2+a^2+2ax$ → Comparamos con $x^2+\frac{x}{2}+1$ → $2ax=\frac{x}{2}$ → $a=\frac{1}{4}$

Con este valor, desarrollamos el binomio de Newton nuevamente:

$(x+\frac{1}{4})^2=x^2+\frac{1}{16}+\frac{1}{2}x$ → Comparamos con $x^2+\frac{x}{2}+1$ → Sumamos y restamos un factor $\frac{1}{16}$ :

$$x^2+\frac{x}{2}+1+\frac{1}{16}-\frac{1}{16} \rightarrow x^2+\frac{x}{2}+\frac{1}{16}+\frac{15}{16} \rightarrow (x+\frac{1}{4})^2+\frac{15}{16}$$

Todo este proceso, dentro de la integral, quedaría detallado en los siguientes pasos:

$$\int \frac{1}{2x^2+x+2}dx=\frac{1}{2}\int \frac{1}{x^2+\frac{x}{2}+1}dx=\frac{1}{2}\int \frac{1}{x^2+\frac{x}{2}+\frac{1}{16}+\frac{15}{16}}dx=\frac{1}{2}\int \frac{1}{(x+\frac{1}{4})^2+\frac{15}{16}}dx$$

$$\frac{1}{2}\int \frac{1}{\frac{15}{16}+(\frac{4x+1}{4})^2}dx=\frac{1}{2}\int \frac{1}{\frac{15}{16}\cdot[1+\frac{16}{15}\cdot(\frac{4x+1}{4})^2]}dx=\frac{16}{2\cdot 15}\int \frac{1}{1+(\frac{4x+1}{\sqrt{15}})^2}dx$$

$$\frac{8}{15}\int \frac{1}{1+(\frac{4x+1}{\sqrt{15}})^2}dx=\frac{8}{15}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}\int \frac{\frac{4}{\sqrt{15}}}{1+(\frac{4x+1}{\sqrt{15}})^2}dx=\frac{2}{\sqrt{15}}\cdot arcotg(\frac{4x+1}{\sqrt{15}})+C$$