# Teoría – Tema 5

# Teoría - 21 - propiedades de la integral definida

## Propiedades de la integral definida

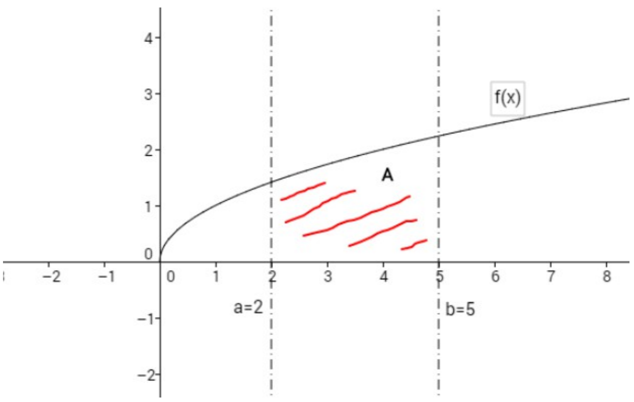
Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo cerrado $[a,b]$ y $c \in [a,b]$ . La integral definida con límite inferior $a$ y límite superior $b$ cumple:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Es decir: si $c$ está entre los límites $a$ y $b$ podemos romper la integral definida como suma de dos integrales.

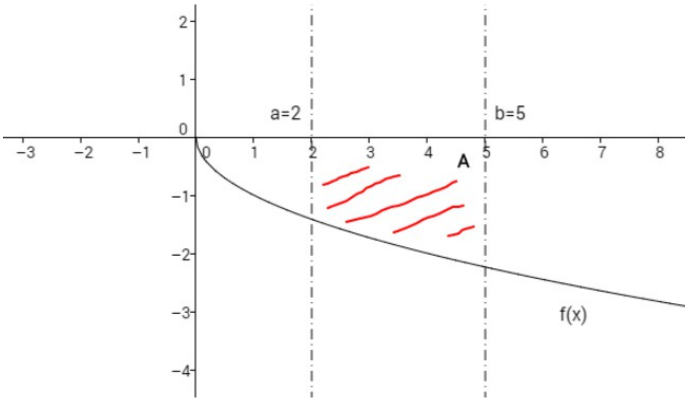
Si $f(x)$ es positiva en el intervalo $[a,b]$ , **la integral definida** $\int_a^b f(x)dx$ **coincide con el área encerrada por la curva de** $f(x)$ **con el eje** $OX$ **entre los límites de integración** $x=a$ **y** $x=b$ .

$$\int_a^b f(x)dx \ \ coincide \ con \ área \ encerrada \ por \ f(x), \ eje \ OX \ y \ límites \ de \ integración$$




**¡Ojo!** Para poder aplicar esta propiedad es fundamental que **la función esté por encima del eje de abscisas**. Si está por debajo debemos aplicar el valor absoluto para obtener un valor positivo del área. Si $f(x)$ es negativa en el intervalo $[a,b]$ , **el valor absoluto de la integral definida** $\left|\int_a^b f(x)dx\right|$ **coincide con el área encerrada por la curva de** $f(x)$ **con el eje** $OX$ **entre los límites de integración** $x=a$ **y** $x=b$ .

$|\int_a^b f(x)dx|$ *coincide con área encerrada por* $f(x)$, *eje OX y límites de integración*




Si la función corta al eje horizontal en el intervalo $[a,b]$ , deberemos calcular los puntos de corte y aplicar los dos casos anteriores (función positiva o función negativo) según corresponda en los diversos intervalos formados dentro de $[a,b]$ .

Si los extremos del intervalo $[a,b]$ coinciden → $a=b$ → el área de la región considerada es cero:

$$\int_a^a f(x)dx=0$$

Si cambiamos el orden de los límites de integración, la integral definida cambia de signo:

$$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$$

La integral definida de la suma de funciones $f(x)$ y $g(x)$ es la suma de las integrales definidas:

$$\int_a^b (f(x)+g(x))dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$$

La integral definida del producto de $k\in\mathbb{R}$ por la función $f(x)$ es igual al producto de $k\in\mathbb{R}$ por la integral definida de $f(x)$ :

$$\int_a^b k\cdot f(x)dx=k\cdot\int_a^b f(x)dx$$

Si $f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones positivas en el intervalo $[a,b]$ , tales que $f(x)\geq g(x), \forall\, x\in[a,b]$ (es decir, la gráfica de $f(x)$ siempre permanece por encima de la gráfica de $g(x)$ ), se cumple:

$$\int_a^b f(x)dx\geq\int_a^b g(x)dx$$

Es decir, el área encerrada por $f(x)$ sobre el eje OX es mayor que el área encerrada por $g(x)$ sobre el eje OX.