Problemas – Tema 9

Problemas resueltos - 3b - tabla de derivación de funciones elementales

1. Deriva y simplifica $f(x)=\dfrac{2}{7\cdot\cos^7(2x+1)}$.

$$f'(x)=\frac{2}{7}\cdot\frac{-1}{\cos^{14}(2x+1)}\cdot 7\cos^6(2x+1)\cdot(-sen(2x+1))\cdot 2$$

$$f'(x)=\frac{4\,sen(2x+1)}{\cos^8(2x+1)}$$

2. Deriva y simplifica $f(x)=\dfrac{x^2+\cos(x)}{e^{\frac{x^3}{3}+sen(x)}}$.

$$f'(x)=\frac{(2x-sen(x))\cdot e^{\frac{x^3}{3}+sen(x)}-(x^2+\cos(x))\cdot e^{\frac{x^3}{3}+sen(x)}\cdot(x^2+\cos(x))}{(e^{\frac{x^3}{3}+sen(x)})^2}$$

$$f'(x)=\frac{(2x-sen(x))-(x^2+\cos(x))^2}{e^{\frac{x^3}{3}+sen(x)}}$$

3. Deriva y simplifica $f(x)=\dfrac{-2}{\ln^3(1-2x)}$ **.**

$$f'(x)=-2\frac{-3\ln^2(1-2x)\cdot\dfrac{1}{1-2x}\cdot(-2)}{\ln^6(1-2x)}$$

$$f'(x)=\frac{-12}{(1-2x)\ln^4(1-2x)}$$

4. **Deriva y simplifica** $f(x)=arcosen(\sqrt{1-x^2})$.

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{1-x^2})^2}}\cdot\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

5. Deriva y simplifica $f(x)=\ln\left(e^{tg(x)}\cdot\sqrt[3]{\cos^2(x)}\right)$ **.**

Esta derivada la podemos realizar de dos formas.

La primera es derivando directamente el logaritmo neperiano.

$$f'(x)=\frac{e^{tg(x)}\cdot\dfrac{1}{\cos^2(x)}\cdot\sqrt[3]{\cos^2(x)}+e^{tg(x)}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot(\cos(x))^{\frac{-1}{3}}\cdot(-sen(x))}{e^{tg(x)}\cdot\sqrt[3]{\cos^2(x)}}$$

$$f'(x)=\frac{\dfrac{\sqrt[3]{\cos^2(x)}}{\cos^2(x)}-\dfrac{2}{3}\dfrac{sen(x)}{\sqrt[3]{\cos(x)}}}{\sqrt[3]{\cos^2(x)}}\quad\rightarrow\quad f'(x)=\frac{\dfrac{1}{\sqrt[3]{\cos^4(x)}}-\dfrac{2}{3}\dfrac{sen(x)}{\sqrt[3]{\cos(x)}}}{\sqrt[3]{\cos^2(x)}}$$

$$f'(x)=\frac{1-\dfrac{2}{3}sen(x)\sqrt[3]{\cos^3(x)}}{\cos^2(x)}\quad\rightarrow\quad f'(x)=sec^2(x)-\frac{2}{3}\frac{sen(x)}{\cos(x)}$$

$$f'(x)=sec^2(x)-\frac{2}{3}\cdot tg(x)$$

La segunda forma de realizar la derivada es, antes de derivar, romper el logaritmo del producto en la suma de logaritmos. Y recordando propiedades del logaritmo: $\ln\left(e^{tg(x)}\right)=tg(x)$

$$f(x)=\ln\left(e^{tg(x)}\cdot\sqrt[3]{\cos^2(x)}\right)\quad\rightarrow\quad f(x)=tg(x)+\ln\left(\sqrt[3]{\cos^2(x)}\right)\quad\rightarrow\quad f(x)=tg(x)+\frac{2}{3}\ln(\cos(x))$$

$$f'(x)=\frac{1}{\cos^2(x)}-\frac{2}{3}\cdot\frac{sen(x)}{\cos(x)}\quad\rightarrow\quad f'(x)=sec^2(x)-\frac{2}{3}\cdot tg(x)$$

En ambos casos, llegamos al mismo resultado.

6. Deriva y simplifica $f(x)=x\sqrt{2x^2+3x-1}$ **.**

$$f'(x)=\sqrt{2x^2+3x-1}+x\cdot\frac{4x+3}{2\sqrt{2x^2+3x-1}}$$

$$f'(x)=\frac{\left(\sqrt{2x^2+3x-1}\right)\cdot 2\left(\sqrt{2x^2+3x-1}\right)+4x^2+3x}{2\sqrt{2x^2+3x-1}}$$

$$f'(x)\frac{2\cdot(2x^2+3x-1)+4x^2+3x}{2\sqrt{2x^2+3x-1}}=\frac{8x^2+9x-2}{2\sqrt{2x^2+3x-1}}$$

7. Obtener la derivada de $f(x)=\frac{3x+2}{(x+1)^2}$ **.**

Aplicamos la derivada del cociente. Y recordamos también la derivada de una potencia.

$$y=\frac{f(x)}{g(x)} \quad \rightarrow \quad y'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$y=[f(x)]^n \quad \rightarrow \quad y'=n\cdot[f(x)]^{n-1}\cdot f'(x)$$

$$f'(x)=\frac{3\cdot(x+1)^2-(3x+2)\cdot 2\cdot(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{(x+1)\cdot[3\cdot(x+1)-(3x+2)\cdot 2]}{(x+1)^4}=(simplificar)=\frac{3x+3-6x-4}{(x+1)^3}=\frac{-3x-1}{(x+1)^3}$$