Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Name: ____________________ Vorname: ____________________

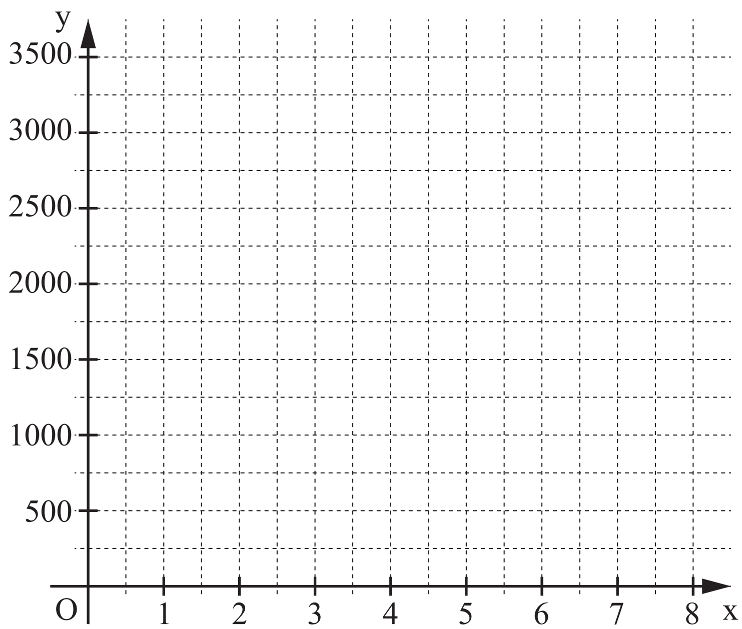
Klasse: ____________________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Der Wertverlust verschiedener E-Bike-Modelle liegt zwischen 14 und 33 Prozent jährlich. Der Restwert y Euro des E-Bikes „Blitz“ (Neupreis 3500 Euro) nach x Jahren lässt sich näherungsweise durch die Funktion $f\colon\ y = 3500 \cdot 0{,}85^x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+\right)$ bestimmen.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen der Funktion f in das Koordinatensystem.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$3500 \cdot 0{,}85^x$									



2 P

A 1.2 Berechnen Sie den Wertverlust des E-Bikes „Blitz“ in Euro nach den ersten drei Jahren.

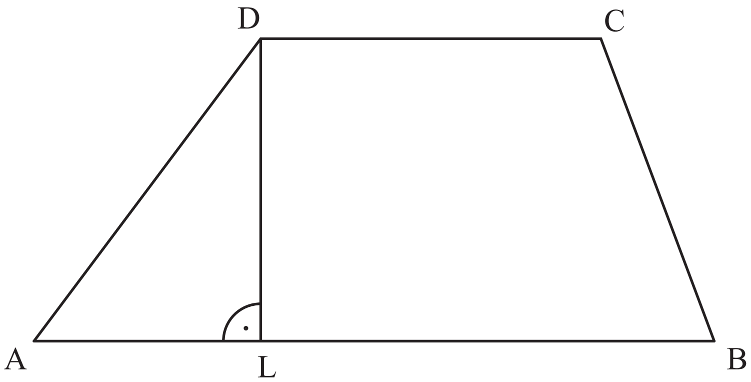
1 P

A 1.3 Ermitteln Sie mithilfe des Graphen der Funktion f nach welcher Zeit sich der Wert des E-Bikes „Blitz“ halbiert hat.

2 P

A 2.0 Die Zeichnung zeigt das Trapez ABCD mit $[AB] \parallel [CD]$.

Es gilt: $\overline{AB} = 9$ cm; $\overline{CD} = 4{,}5$ cm; $\overline{AL} = 3$ cm; $\overline{DL} = 4$ cm .



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Berechnen Sie das Maß δ des Winkels ADC. 2 P

A 2.2 Verlängert man die Seite $[AB]$ über B hinaus um x cm und verkürzt gleichzeitig die Strecke $[DL]$ von D aus um x cm, so entstehen für $x \in \mathbb{R}; x \in]0;4[$ Trapeze $AB_nC_nD_n$ mit $[AB_n] \parallel [C_nD_n]$ und $\overline{C_nD_n} = 4{,}5$ cm .

Zeichnen Sie das Trapez $AB_1C_1D_1$ für $x = 2$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Geben Sie den Wert für x an, für den man das gleichschenklige Trapez $AB_2C_2D_2$ erhält. 1 P

A 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Trapeze $AB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von x.

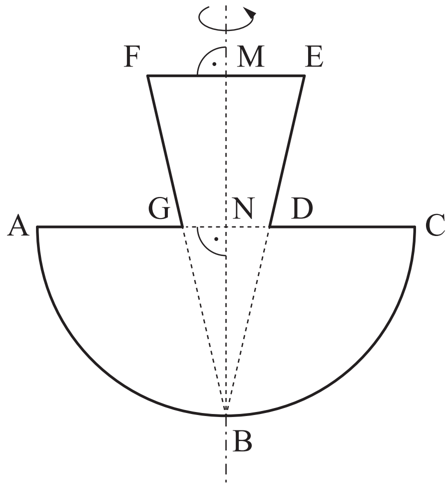
$\left[\text{Ergebnis: } A(x) = \left(-0{,}5x^2 - 4{,}75x + 27\right)\text{cm}^2\right]$

2 P

A 2.5 Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Trapezen $AB_nC_nD_n$ für $x \in \left]0; 4\right[$ kein Trapez mit einem Flächeninhalt von $28\,\text{cm}^2$ gibt.

3 P

A 3.0 Eine Schreinerei stellt Spielzeugkreisel aus Holz her. Die nebenstehende Zeichnung des Axialschnitts eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse BM dient als Vorlage für solche Spielzeugkreisel.



Es gilt: $\overline{AC} = 5\text{ cm}$; $\overline{BM} = 4{,}5\text{ cm}$;

$\overline{AN} = \overline{BN}$; $\sphericalangle BFE = 77°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[FM]$ und die Länge der Strecke $[GN]$.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{FM} = 1{,}04\text{ cm; } \overline{GN} = 0{,}58\text{ cm}\right]$

2 P

A 3.2 Berechnen Sie das Volumen V eines solchen Spielzeugkreisels.

3 P

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p mit dem Scheitel $S(4|-2)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0{,}25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0{,}5x + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}25x^2 - 2x + 2$ hat.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p sowie die Gerade g für $x \in [-1; 11]$ in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leq x \leq 11$; $-3 \leq y \leq 11$ — 3 P

B 1.2 Die Punkte $A(0|2)$ und $C(10|7)$ sind die Schnittpunkte der Parabel p mit der Geraden g. Sie sind zusammen mit Punkten $B_n(x|0{,}25x^2 - 2x + 2)$ auf der Parabel p Eckpunkte von Drachenvierecken AB_nCD_n mit der Geraden g als Symmetrieachse.
Zeichnen Sie das Drachenviereck AB_1CD_1 für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein und geben Sie das Intervall für x an, für das es Drachenvierecke AB_nCD_n gibt. — 2 P

B 1.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass das Drachenviereck AB_1CD_1 bei B_1 rechtwinklig ist. — 3 P

B 1.4 Unter den Drachenvierecken AB_nCD_n gibt es die Drachenvierecke AB_2CD_2 und AB_3CD_3, bei denen die Eckpunkte B_2 und B_3 auf der x-Achse liegen.
Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte B_2 und B_3. — 2 P

B 1.5 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Drachenvierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt:
$A(x) = (-2{,}5x^2 + 25x)$ FE. — 3 P

B 1.6 Unter den Drachenvierecken AB_nCD_n gibt es die Raute AB_4CD_4.
Zeichnen Sie die Raute AB_4CD_4 mit dem Diagonalenschnittpunkt M in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
Ermitteln Sie sodann rechnerisch die Gleichung der Geraden MB_4.
[Teilergebnis: $M(5|4{,}5)$] — 4 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

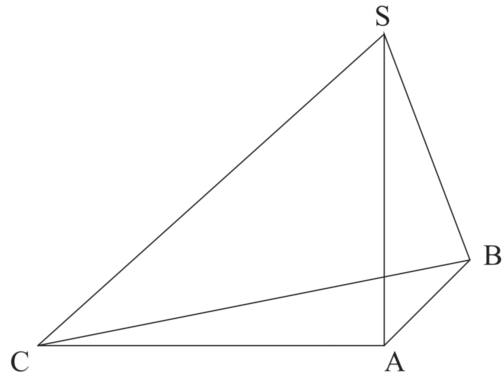
Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Das rechtwinklige Dreieck ABC mit der Hypotenuse $[BC]$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCS (siehe Skizze).
Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt: $\overline{AC} = 10$ cm; $\overline{AB} = 7$ cm; $\overline{AS} = 9$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt C links vom Punkt A liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5$; $\omega = 45°$.
Bestimmen Sie sodann rechnerisch die Länge der Strecke $[CS]$ und das Maß ε des Winkels ACS. $\left[\text{Ergebnisse: } \overline{CS} = 13{,}45 \text{ cm}; \varepsilon = 41{,}99°\right]$ 4 P

B 2.2 Für Punkte F_n auf der Strecke $[AC]$ gilt: $\overline{AF_n}(x) = x$ cm mit $x \in \mathbb{R}$ und $0 < x < 10$. Die Punkte F_n sind Eckpunkte von Rechtecken $AD_nE_nF_n$ mit $D_n \in [AB]$ und $E_n \in [BC]$.
Zeichnen Sie das Rechteck $AD_1E_1F_1$ für $x = 4$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecken $[E_nF_n]$ in Abhängigkeit von x und ermitteln Sie rechnerisch den Wert für x, für den man das Quadrat $AD_0E_0F_0$ erhält.
$\left[\text{Ergebnis: } \overline{E_nF_n}(x) = (-0{,}7x + 7) \text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rechtecke $AD_nE_nF_n$ in Abhängigkeit von x.
Bestimmen Sie sodann den Wert für x, für den der Flächeninhalt der Rechtecke $AD_nE_nF_n$ maximal wird. 2 P

B 2.4 Der Punkt T liegt auf der Strecke $[CS]$ mit $\overline{TS} = 2$ cm. T ist die Spitze von Pyramiden $AD_nE_nF_nT$ mit den Rechtecken $AD_nE_nF_n$ als Grundflächen und der Höhe h.
Zeichnen Sie die Pyramide $AD_1E_1F_1T$ und die Höhe h in das Schrägbild zu B 2.1 ein. Zeigen Sie sodann, dass gilt: $h = 7{,}66$ cm. 3 P

B 2.5 Begründen Sie, dass für das Maß α der Winkel TF_nC gilt: $\alpha < 138{,}01°$.
Berechnen Sie anschließend die untere Intervallgrenze für α.
$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{AT} = 7{,}80 \text{ cm}\right]$ 4 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2016
an den Realschulen in Bayern

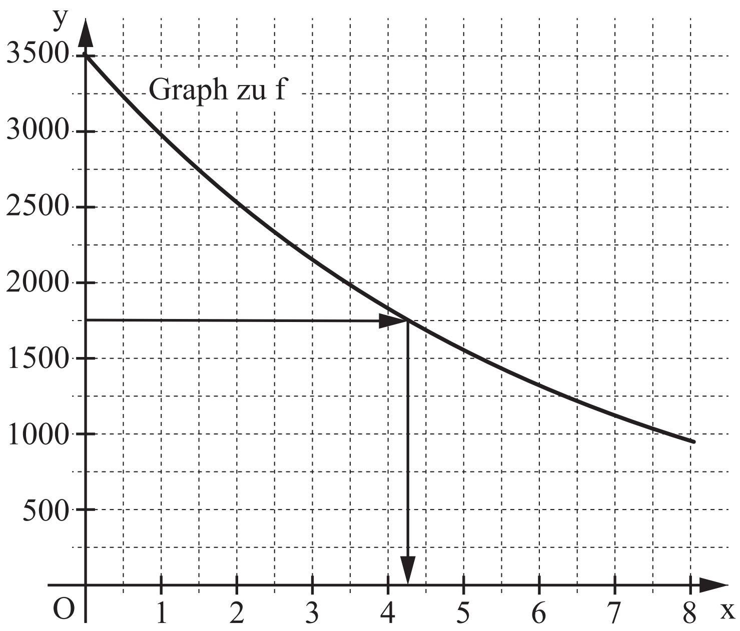
Mathematik II

Aufgaben A 1 – 3 **Haupttermin**

Funktionen

A 1.1

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3500	2975	2529	2149	1827	1553	1320	1122	954



2 — L 4, K 4, K 5

A 1.2 Wertverlust: $(3500-2149)\,\text{Euro} = 1351\,\text{Euro}$

1 — L 2, K 5

A 1.3 Im Rahmen der Zeichengenauigkeit: nach 4,3 Jahren.

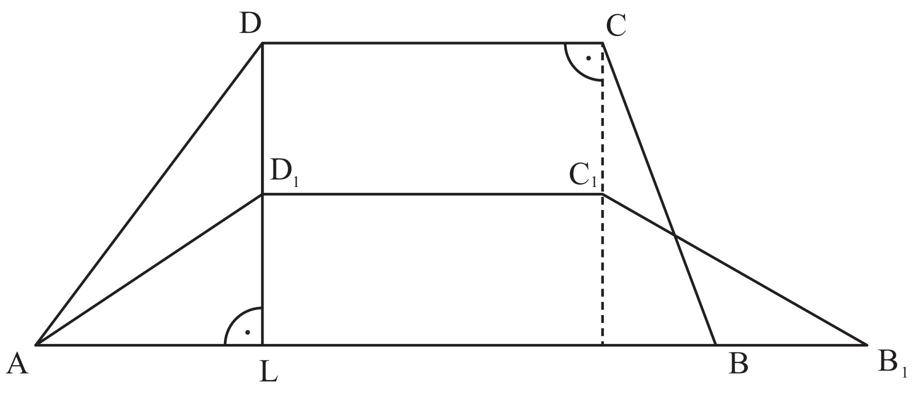
2 — L 4, K 2, K 6

Ebene Geometrie

A 2.1 $\tan(\delta-90°)=\frac{3}{4}$ $\delta = 126{,}87°$

2 — L 2, K 5

A 2.2



1 — L 3, K 4

A 2.3 $x = 1{,}5$

1 — L 3, K 4

A 2.4	$A(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[(9+x)+4{,}5\right]\cdot(4-x)\ \text{cm}^2$ $\qquad x\in\mathbb{R};x\in\left]0;4\right[$ … $A(x)=\left(-0{,}5x^2-4{,}75x+27\right)\text{cm}^2$	2	L 4 K 5
A 2.5	$28=-0{,}5x^2-4{,}75x+27$ $\qquad x\in\mathbb{R};x\in\left]0;4\right[$ ... $\Leftrightarrow\quad x=-0{,}22\quad\vee\quad x=-9{,}28$ $\qquad \mathbb{L}=\varnothing$ Unter den Trapezen $AB_nC_nD_n$ gibt es keines mit dem Flächeninhalt $A=28\ \text{cm}^2$.	3	L 4 K 1 K 2
RAUMGEOMETRIE			
A 3.1	$\tan 77°=\frac{4{,}5\ \text{cm}}{\overline{FM}}$ $\qquad \overline{FM}=1{,}04\ \text{cm}$ $\tan 77°=\frac{2{,}5\ \text{cm}}{\overline{GN}}$ $\qquad \overline{GN}=0{,}58\ \text{cm}$	2	L 2 L 3 K 5
A 3.2	$V=V_{\text{Halbkugel}}+V_{\text{Kegel groß}}-V_{\text{Kegel klein}}$ $V=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^3\cdot\pi+\frac{1}{3}\cdot\overline{FM}^2\cdot\pi\cdot\overline{BM}-\frac{1}{3}\cdot\overline{GN}^2\cdot\pi\cdot\frac{\overline{AC}}{2}$ $V=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 2{,}5^3\cdot\pi+\frac{1}{3}\cdot 1{,}04^2\cdot\pi\cdot 4{,}5-\frac{1}{3}\cdot 0{,}58^2\cdot\pi\cdot 2{,}5\right)\text{cm}^3$ $\qquad V=36{,}94\ \text{cm}^3$	3	L 2 L 3 K 5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

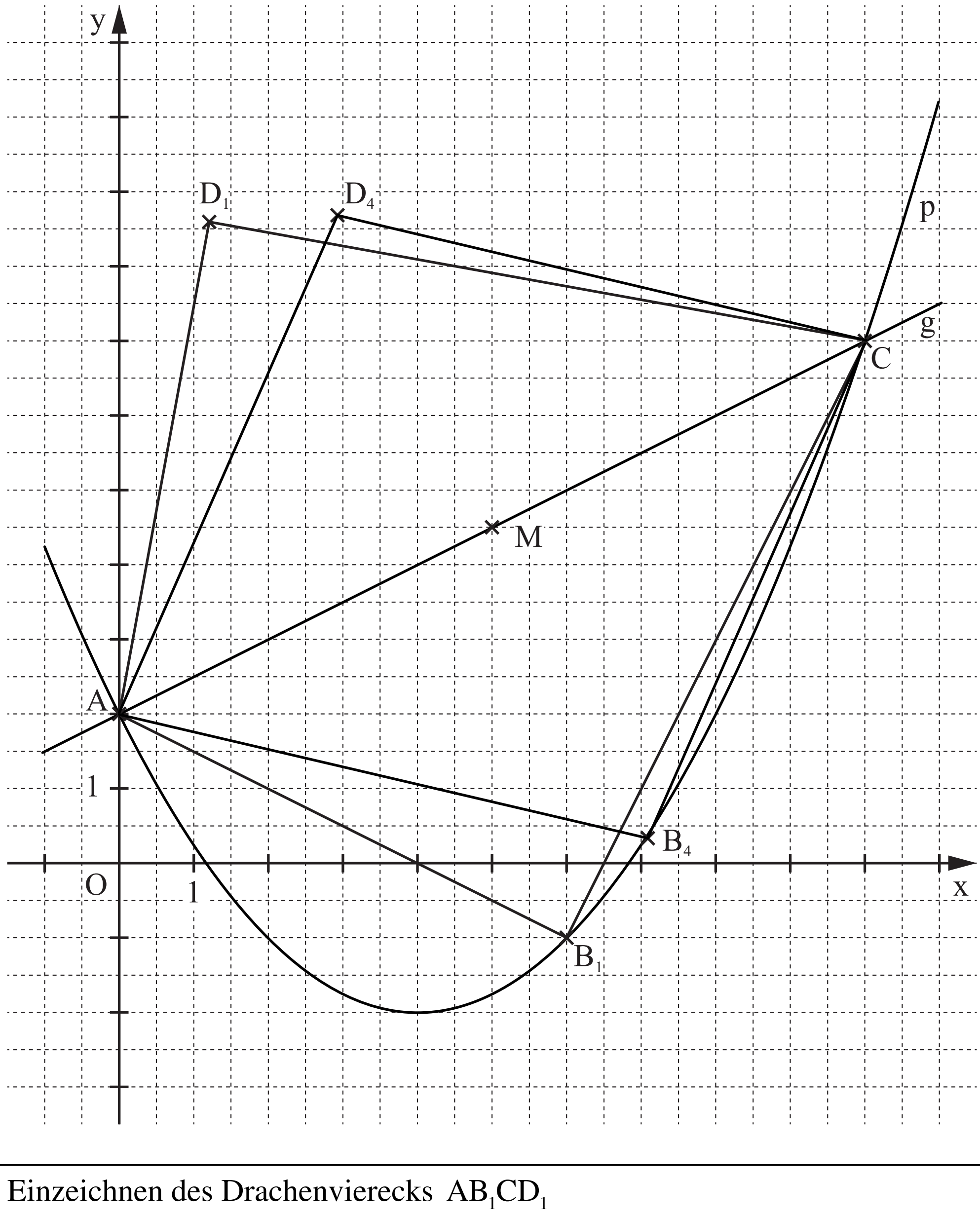
Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

B 1.1 $S(4 \mid -2) \in p$ $y = 0{,}25 \cdot (x-4)^2 - 2$ $\quad\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ … $p: y = 0{,}25x^2 - 2x + 2$ 	3	L 4 K 5 L 4 K 4
B 1.2 Einzeichnen des Drachenvierecks AB_1CD_1 Drachenvierecke AB_nCD_n für $x \in]0;10[$	2	L 3 K 4 K 1

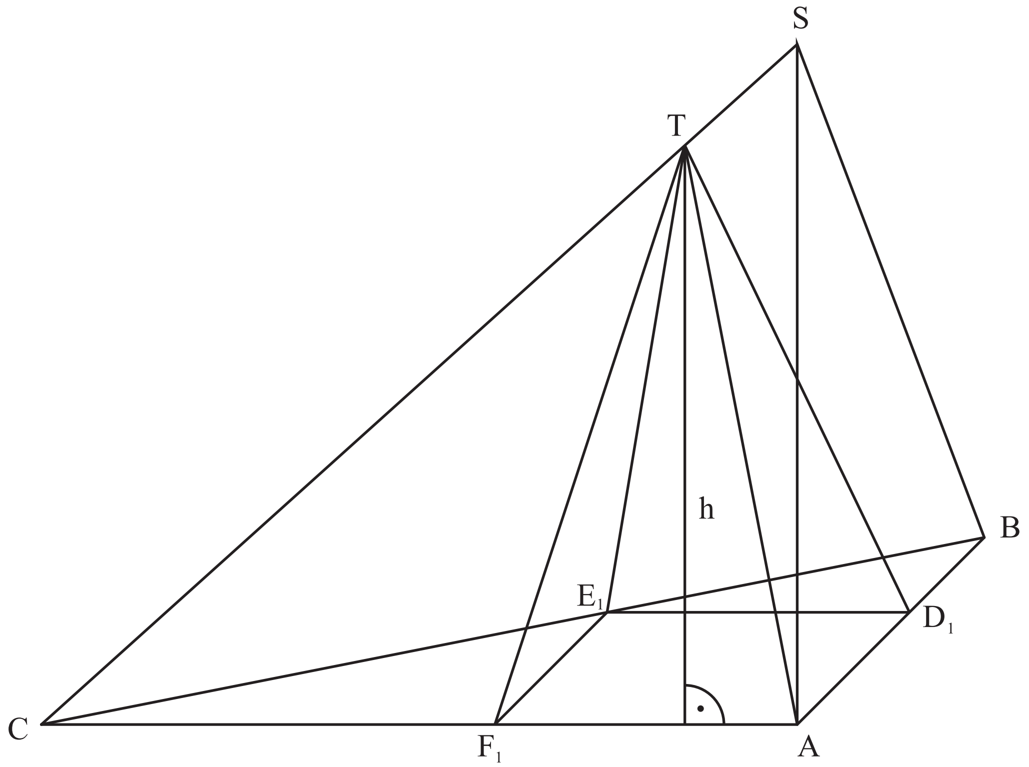
B 1.3 $B_1(6\mid -1)$ $m_{AB_1} = \frac{-1-2}{6-0}$ $\qquad$ $m_{AB_1} = -\frac{1}{2}$ $m_{B_1C} = \frac{7-(-1)}{10-6}$ $\qquad$ $m_{B_1C} = 2$ $m_{AB_1} \cdot m_{B_1C} = -1 \Rightarrow$ Das Drachenviereck AB_1CD_1 ist bei B_1 rechtwinklig.	3	L 3 K 2 K 5
B 1.4 $A = 2 \cdot A_{AB_nC}$ $\overrightarrow{AB_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ 0,25x^2 - 2x \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $x \in \mathbb{R}$ $A(x) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x & 10 \\ 0,25x^2 - 2x & 5 \end{vmatrix}$ FE $\qquad$ $x \in \mathbb{R}$; $x \in]0;10[$ $A(x) = (-2,5x^2 + 25x)$ FE	3	L 4 K 2 K 5
B 1.5 $\qquad 0 = 0,25x^2 - 2x + 2$ $\qquad$ $x \in \mathbb{R}$; $x \in]0;10[$ ... $\Leftrightarrow \qquad x_2 = 1,17 \vee x_3 = 6,83$ $\qquad$ $B_2(1,17\mid 0)$; $B_3(6,83\mid 0)$	2	L 2 K 5
B 1.6 Einzeichnen der Raute AB_4CD_4 und des Diagonalenschnittpunkts M $M(5\mid 4,5)$ $m_{AC} = m_g = 0,5$ $m_{MB_4} = -2$ Gerade MB_4: $y = -2(x-5) + 4,5$ $\qquad$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $y = -2x + 14,5$	4	L 2 K 2 K 4 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE

B 2.1



$\overline{CS} = \sqrt{10^2 + 9^2}$ cm $\qquad \overline{CS} = 13,45$ cm

$\tan\varepsilon = \frac{9}{10}$ $\qquad \varepsilon = 41,99°$

4 | L 3 K 4 | L 2 K 5

B 2.2 Einzeichnen des Rechtecks $AD_1E_1F_1$

$\frac{\overline{E_nF_n}(x)}{7\text{ cm}} = \frac{(10-x)\text{ cm}}{10\text{ cm}}$ $\qquad x \in \mathbb{R};\ 0 < x < 10$

$\overline{E_nF_n}(x) = (-0,7x + 7)$ cm

$x = -0,7x + 7$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = 4,12$ $\qquad \mathbb{L} = \{4,12\}$

4 | L 3 K 4 | L 4 K 5

B 2.3 $A(x) = x \cdot (-0{,}7x + 7)\ \text{cm}^2$ $\qquad x \in \mathbb{R};\ 0 < x < 10$ $A(x) = (-0{,}7x^2 + 7x)\ \text{cm}^2$ A_{max} für $x = 5$	2	**L 4** **K 5**
B 2.4 Einzeichnen der Pyramide $AD_1E_1F_1T$ und der zugehörigen Höhe h $\sin\varepsilon = \frac{h}{\overline{CT}}$ $\qquad h = \sin 41{,}99° \cdot (13{,}45 - 2)\ \text{cm}$ $\qquad h = 7{,}66\ \text{cm}$	3	**L 3** **K 4** **K 5**
B 2.5 $\alpha + \varepsilon < 180°$ (Innenwinkelsumme) $\Rightarrow \qquad \alpha < 138{,}01°$ Die untere Intervallgrenze ergibt sich für $F_n = A$. $\sin\sphericalangle TAC = \frac{h}{\overline{AT}}$ $\overline{AT} = \sqrt{10^2 + (13{,}45 - 2)^2 - 2 \cdot 10 \cdot (13{,}45 - 2) \cdot \cos 41{,}99°}\ \text{cm}$ $\overline{AT} = 7{,}80\ \text{cm}$ $\sin\sphericalangle TAC = \frac{7{,}66}{7{,}80}$ $\qquad \sphericalangle TAC = 79{,}13°$	4	**L 2** **L 3** **K 1** **K 2**
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

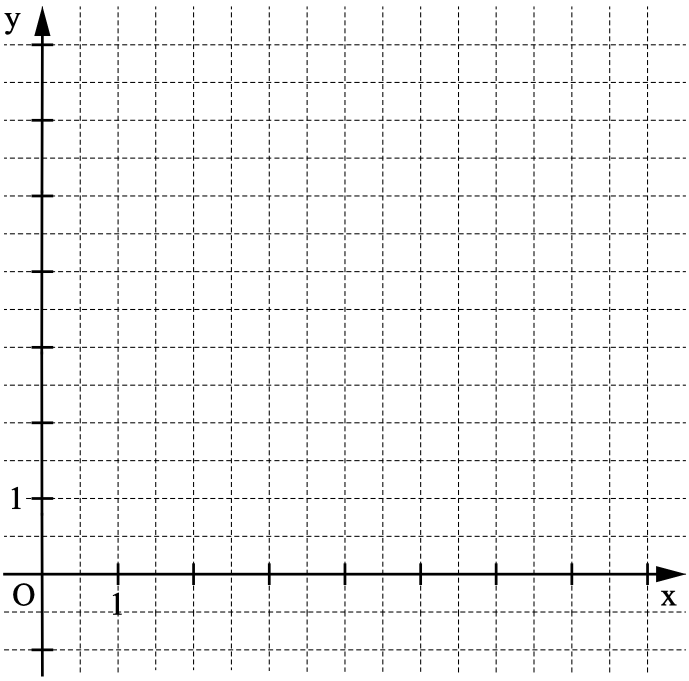
Klasse: ______________________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{3}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0,5	1	2	3	4	5	6	8
$\frac{3}{x}$								



2 P

A 1.2 Punkte $A_n\left(x \mid \frac{3}{x}\right)$ auf dem Graphen zu f besitzen dieselbe Abszisse x wie Punkte B_n auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Für $x \in \mathbb{R}^+$ sind die Punkte A_n und B_n Endpunkte von Strecken $[A_nB_n]$.

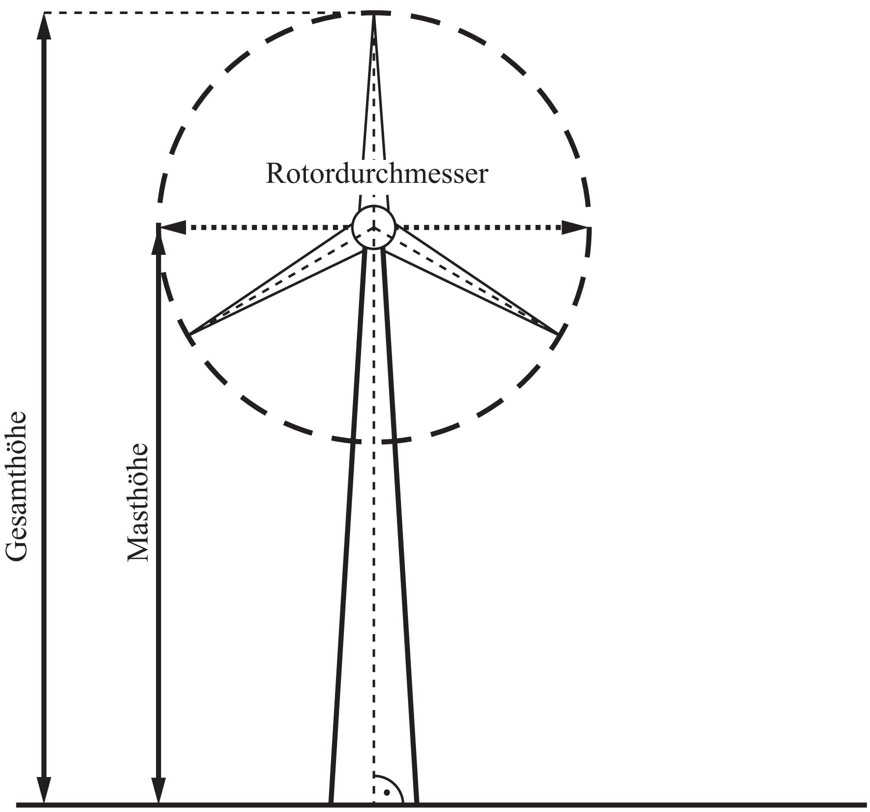
Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Strecke $[A_1B_1]$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu A 3.1 ein. 1 P

A 1.3 Unter den Strecken $[A_nB_n]$ gibt es die Strecke $[A_2B_2]$ mit $\overline{A_2B_2} = 6\,\text{LE}$.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

2 P

A 2.0 Die Skizze zeigt ein vereinfachtes Modell einer Windkraftanlage. Die drei Rotorblätter sind so angeordnet, dass sie eine drehsymmetrische Figur ergeben.
Ein Mast dient zur Aufhängung der Rotorblätter.
Der Rotordurchmesser beträgt 164 Meter (siehe Skizze).

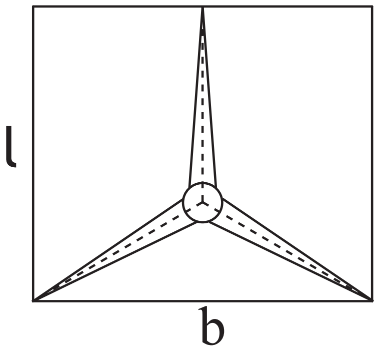


A 2.1 Für das Rotorblatt werden in 10 Minuten 121 Umdrehungen gezählt.
Berechnen Sie, welchen Weg s die Spitze eines Rotorblattes nach einer Stunde unter denselben Bedingungen zurückgelegt hat.
Runden Sie das Ergebnis auf ganze Kilometer.

3 P

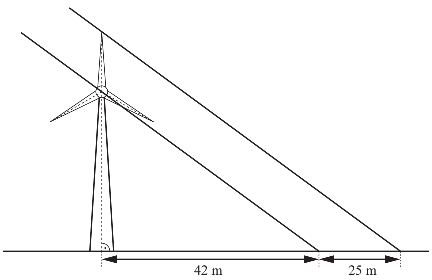
A 2.2 Die Skizze zeigt, wie die Rotorblätter in einem rechteckigen Feld in einer Montagehalle lagen, als man sie probeweise aneinander montierte. Berechnen Sie die Seitenlängen l und b dieses rechteckigen Feldes.

Runden Sie auf ganze Meter.



3 P

A 2.3



Die Sonne steht so, dass der Schatten des Rotorblattes, dessen Spitze senkrecht nach oben zeigt, 25 m lang ist. Der Schatten des Mastes endet in einer Entfernung von 42 m vom Mittelpunkt des Mastes (siehe Skizze). Berechnen Sie die Gesamthöhe h der Windkraftanlage. Runden Sie auf ganze Meter.

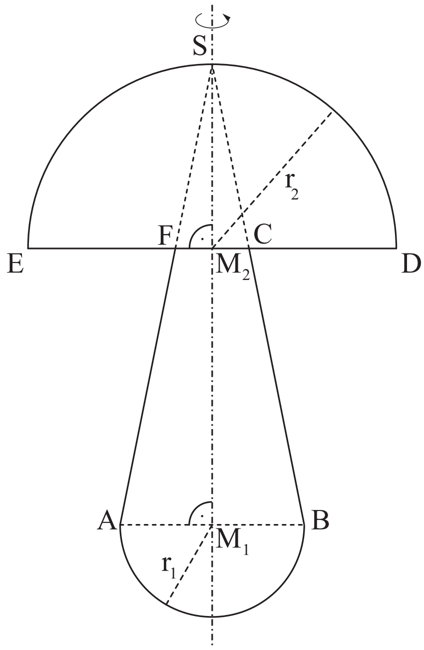
3 P

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse M_1S.

Es gilt: $r_1 = \overline{AM_1} = \overline{M_1B}$; $r_1 = 2\text{ cm}$;

$r_2 = \overline{EM_2} = \overline{M_2D}$; $r_2 = 4\text{ cm}$;

$\overline{EF} = \overline{CD} = 3{,}2\text{ cm}$.



A 3.1 Berechnen die die Länge der Strecken $[FM_2]$ und $[SM_1]$.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{FM_2} = 0{,}8\text{ cm}; \ \overline{SM_1} = 10\text{ cm}\right]$

2 P

A 3.2 Berechnen Sie den Oberflächeninhalt O des Körpers, der durch Rotation an der Achse M_1S entsteht. Runden Sie dabei auf eine Stelle nach dem Komma.

3 P

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p_1 mit dem Scheitel $S(0,5|1)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0,5x^2 + bx + c$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; b \in \mathbb{R}; c \in \mathbb{R})$.

Die Parabel p_2 hat die Gleichung $y = 0,5x^2 + 3$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p_1 die Gleichung $y = 0,5x^2 - 0,5x + 1,125$ hat. Zeichnen Sie sodann die Parabeln p_1 und p_2 für $x \in [-2; 4]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 4; 0 \leqq y \leqq 11$ 3 P

B 1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts T der Parabeln p_1 und p_2. 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x|0,5x^2 + 3)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $B_n(x|0,5x^2 - 0,5x + 1,125)$ auf der Parabel p_1. Sie sind für $x > -3,75$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.
Die Punkte C_n liegen auf der Parabel p_2, wobei die Abszisse der Punkte C_n stets um 2 größer ist als die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -1,5$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass sich die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse A_n wie folgt darstellen lassen: $C_n(x + 2|0,5x^2 + 2x + 5)$. 3 P

B 1.4 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nB_n}(x) = (0,5x + 1,875)$ LE. 1 P

B 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es das rechtwinklige Dreieck $A_3B_3C_3$ mit der Hypotenuse $[A_3C_3]$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes B_3. 3 P

B 1.6 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es das gleichschenklige Dreieck $A_4B_4C_4$ mit der Basis $[A_4B_4]$.
Bestimmen Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für x. 4 P

Bitte wenden!

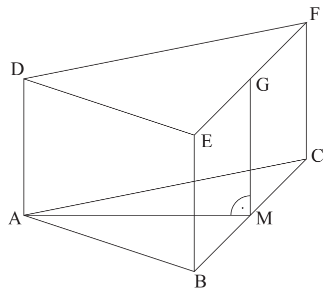
Abschlussprüfung 2016
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des Prismas ABCDEF, dessen Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $[BC]$ ist. Der Punkt D liegt senkrecht über dem Punkt A. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $[BC]$ und der Punkt G ist der Mittelpunkt der Strecke $[EF]$.



Es gilt: $\overline{BC} = 14\text{ cm}$; $\overline{AM} = 10\text{ cm}$; $\overline{AD} = 6\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke $[AM]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links von M liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5$; $\omega = 45°$.
Zeichnen Sie sodann die Strecke $[AG]$ in das Schrägbild ein und berechnen Sie deren Länge sowie das Maß φ des Winkels AGM.
[Ergebnis: $\varphi = 59{,}04°$] 4 P

B 2.2 Ebenen, die zur Grundfläche ABC parallel sind, schneiden $[AG]$ in Punkten P_n, $[BE]$ in Punkten Q_n, $[CF]$ in Punkten R_n und $[MG]$ in Punkten N_n.
Es gilt: $\overline{GN_n}(x) = x\text{ cm}$ mit $x \in \mathbb{R}$ sowie $0 < x < 6$.
Der Punkt M ist die Spitze von Pyramiden $P_nQ_nR_nM$ mit Dreiecken $P_nQ_nR_n$ als Grundfläche.
Zeichnen Sie die Strecke $[GM]$, den Punkt N_1 sowie die Pyramide $P_1Q_1R_1M$ für $x = 3$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass sich das Volumen V der Pyramiden $P_nQ_nR_nM$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = \left(-3{,}90x^2 + 23{,}38x\right)\text{cm}^3$.
$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{P_nN_n}(x) = 1{,}67x\text{ cm}\right]$ 2 P

B 2.4 Unter den Pyramiden $P_nQ_nR_nM$ hat die Pyramide $P_0Q_0R_0M$ das maximale Volumen.
Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen der Pyramide $P_0Q_0R_0M$ kleiner ist als das Volumen des Prismas ABCDEF. 3 P

B 2.5 Die Pyramiden $P_2Q_2R_2M$ und $P_3Q_3R_3M$ haben jeweils ein Volumen von $7{,}5\text{ cm}^3$.
Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x. 2 P

B 2.6 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[P_nM]$ in Abhängigkeit von x gilt:
$\overline{P_nM}(x) = \sqrt{3{,}79x^2 - 12x + 36}\text{ cm}$.
Unter den Strecken $[P_nM]$ hat die Strecke $[P_4M]$ die minimale Länge.
Zeichnen Sie die Strecke $[P_4M]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie deren Länge. 4 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Lösungsmuster und Bewertung

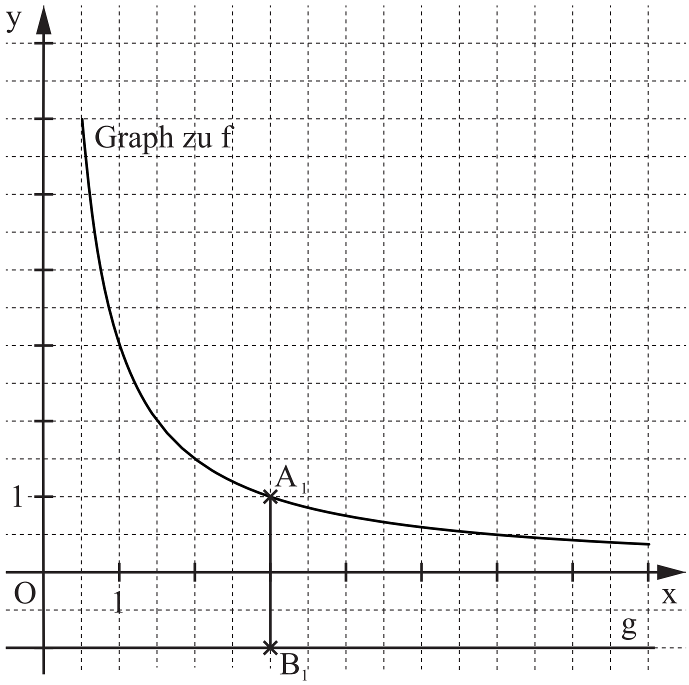
Mathematik II

Aufgaben A 1 – 3 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

A 1.1

x	0,5	1	2	3	4	5	6	8
$\frac{3}{x}$	6	3	1,5	1	0,75	0,6	0,5	0,38



2 L 4 K 4

A 1.2 Einzeichnen der Geraden g und der Strecke $[A_1B_1]$ 1 L 3 K 4

A 1.3 $\overline{A_2B_2} = 6\ \text{LE}$

$$\frac{3}{x} - (-1) = 6 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}^+$$

...

$$\Leftrightarrow \quad x = 0{,}6 \qquad \mathbb{L} = \{0{,}6\}$$

2 L 4 K 2 K 5

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 Wegstrecke s der Spitze des Rotorblatts in einer Stunde:

$$s = 121 \cdot 6 \cdot 164 \cdot \pi\ \text{m} \qquad s = 374051\ \text{m}$$

Eine Rotorblattspitze legt eine Strecke von 374 km in dieser Stunde zurück. 3 L 2 K 5

A 2.2	Länge l des Feldes: $b=\sqrt{82^2+(0{,}5\cdot164)^2-2\cdot(0{,}5\cdot164)\cdot(0{,}5\cdot164)\cdot\cos120°}\ \text{m}$ $\quad b=142\ \text{m}$ Breite b des Feldes: $l=0{,}5\cdot164\ \text{m}+0{,}5\cdot164\ \text{m}\cdot\cos60°$ $\quad l=123\ \text{m}$	3	L 2 K 2 K 5
A 2.3	Gesamthöhe h der Windkraftanlage: $h=h_{Mast}+h_{Rotorblatt}$ $\frac{h_{Mast}}{82\ \text{m}}=\frac{42\ \text{m}}{25\ \text{m}}$ $\quad h_{Mast}=138\ \text{m}$ $h=(138+82)\ \text{m}$ $\quad h=220\ \text{m}$	3	L 3 K 2 K 3
RAUMGEOMETRIE			
A 3.1	$\overline{FM_2}=\overline{EM_2}-\overline{EF}$ $\quad \overline{FM_2}=(4-3{,}2)\ \text{cm}$ $\quad \overline{FM_2}=0{,}8\ \text{cm}$ $\frac{\overline{SM_1}}{2\ \text{cm}}=\frac{4\ \text{cm}}{0{,}8\ \text{cm}}$ $\quad \overline{SM_1}=10\ \text{cm}$	2	L 2 K 5
A 3.2	$\overline{AS}=\sqrt{2^2+10^2}\ \text{cm}$ $\quad \overline{AS}=10{,}2\ \text{cm}$ $\overline{SF}=\sqrt{0{,}8^2+4^2}\ \text{cm}$ $\quad \overline{SF}=4{,}1\ \text{cm}$ $O=0{,}5\cdot\underbrace{4\cdot r_1^2\cdot\pi}_{O_{\text{Kugel klein}}}+\underbrace{r_1\cdot\pi\cdot\overline{AS}}_{M_{\text{Kegel groß}}}-\underbrace{\overline{M_2C}\cdot\pi\cdot\overline{SF}}_{M_{\text{Kegel klein}}}+\underbrace{r_2^2\cdot\pi-\overline{M_2C}^2\cdot\pi}_{A_{\text{Kreisring}}}+0{,}5\cdot\underbrace{4\cdot r_2^2\cdot\pi}_{O_{\text{Kugel groß}}}$ $O=(0{,}5\cdot4\cdot2^2\cdot\pi+2\cdot\pi\cdot10{,}2-0{,}8\cdot\pi\cdot4{,}1+4^2\cdot\pi-0{,}8^2\cdot\pi+0{,}5\cdot4\cdot4^2\cdot\pi)\ \text{cm}^2$ $O=227{,}7\ \text{cm}^2$	3	L 2 L 3 K 2 K 5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

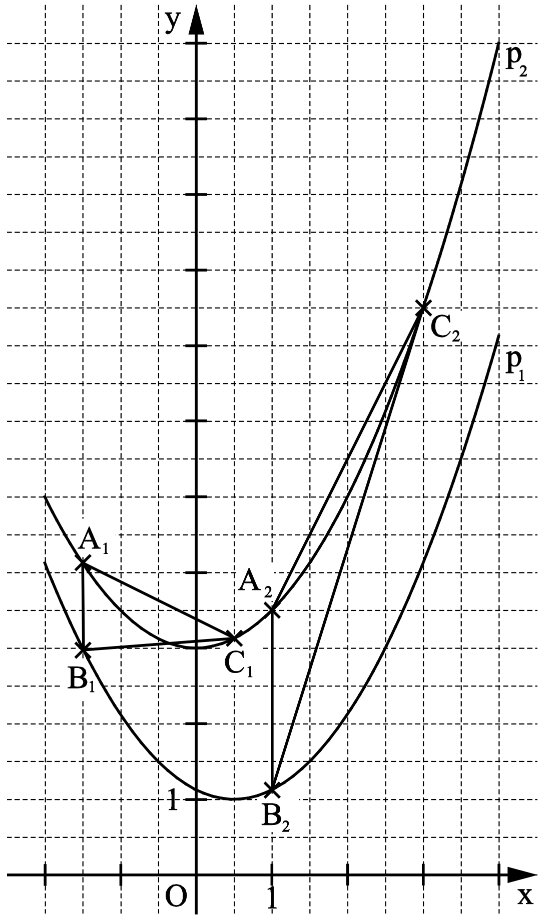
Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Lösungsmuster und Bewertung

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

FUNKTIONEN		
B 1.1 $S(0,5\mid 1) \in p_1$ $y = 0,5(x-0,5)^2 + 1$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ... p_1: $y = 0,5x^2 - 0,5x + 1,125$ 	3	L 4 K 5 L 4 K 4
B 1.2 $p_1 \cap p_2$: $0,5x^2 - 0,5x + 1,125 = 0,5x^2 + 3$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow$ $x = -3,75$ $\qquad \mathbb{L} = \{-3,75\}$ $\qquad T(-3,75\mid 10,03)$	3	L 4 K 2 K 5

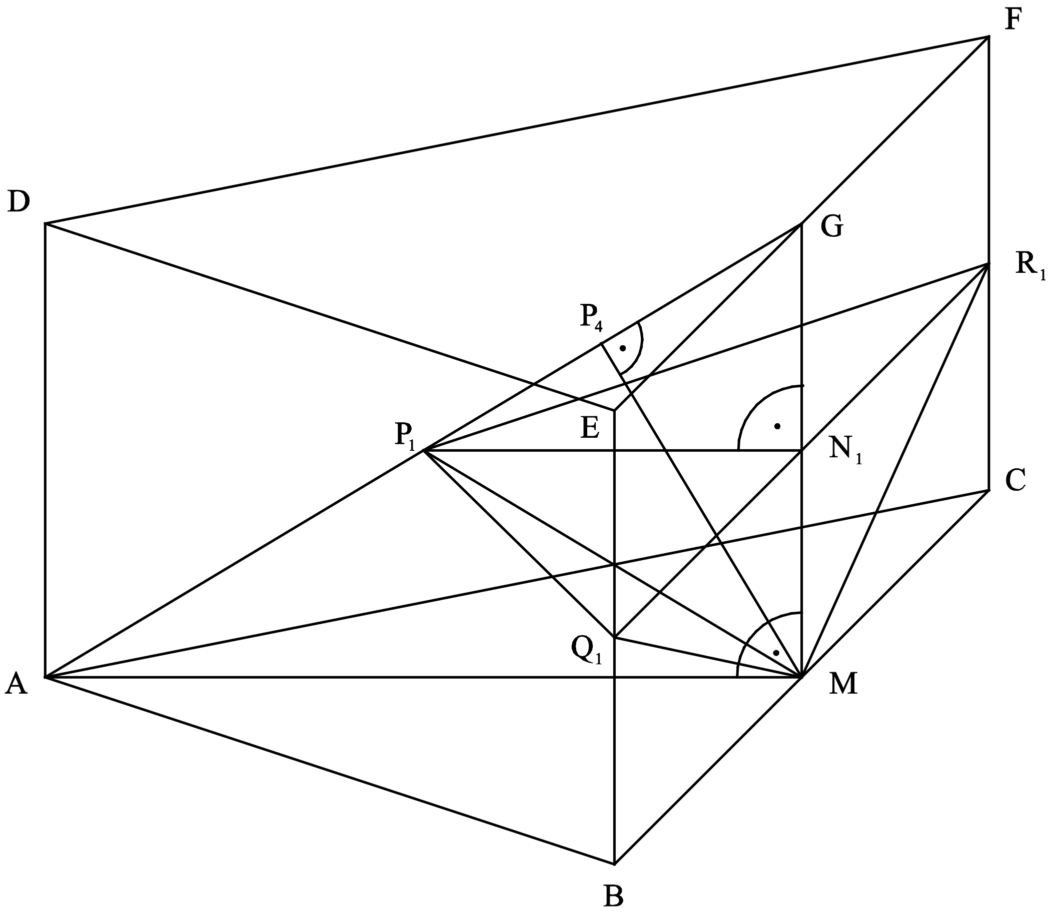
B 1.3 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ $C_n\left(x+2 \mid 0{,}5\cdot(x+2)^2+3\right)$ $\quad x \in \mathbb{R};\ x>-3{,}75 \quad$ $C_n\left(x+2 \mid 0{,}5x^2+2x+5\right)$	3	L 3 K 4 K 5
B 1.4 $\overline{A_nB_n}(x)=\left(0{,}5x^2+3-\left(0{,}5x^2-0{,}5x+1{,}125\right)\right)$ LE $\quad x \in \mathbb{R};\ x>-3{,}75$ $\overline{A_nB_n}(x)=\left(0{,}5x+1{,}875\right)$ LE	1	L 4 K 5
B 1.5 $y_{B_3}=y_{C_3}$ $0{,}5x^2-0{,}5x+1{,}125=0{,}5x^2+2x+5$ $\quad x \in \mathbb{R};\ x>-3{,}75$ ... $\Leftrightarrow \quad x=-1{,}55$ $\quad \mathbb{L}=\{-1{,}55\}$ $B_3(-1{,}55 \mid 3{,}10)$	3	L 4 K 2 K 5
B 1.6 M_4 ist der Mittelpunkt der Strecke $[A_4B_4]$ und es gilt: $y_{C_4}=y_{M_4}$. $y_{M_n}=\dfrac{0{,}5x^2+3+0{,}5x^2-0{,}5x+1{,}125}{2}$ $\quad x \in \mathbb{R};\ x>-3{,}75$ $y_{M_n}=0{,}5x^2-0{,}25x+2{,}06$ $0{,}5x^2+2x+5=0{,}5x^2-0{,}25x+2{,}06$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R};\ x>-3{,}75$ ... $\Leftrightarrow \quad x=-1{,}31$ $\quad \mathbb{L}=\{-1{,}31\}$	4	L 4 K 2 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE

B 2.1



L 3
L 4

$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 6^2}\ \text{cm}$ $\qquad$ $\overline{AG} = 11{,}66\ \text{cm}$

$\tan\varphi = \frac{10}{6}$ $\qquad$ $\varphi = 59{,}04°$ $\qquad$ 4 $\qquad$ L 2 K 5

B 2.2 Einzeichnen der Strecke $[GM]$, des Punktes N_1 und der Pyramide $P_1Q_1R_1M$ $\qquad$ 2 $\qquad$ L 3 K 4

B 2.3 $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{P_nN_n} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{N_nM}$

$\frac{\overline{P_nN_n}(x)}{10\ \text{cm}} = \frac{x\ \text{cm}}{6\ \text{cm}}$ $\qquad$ $x \in \mathbb{R};\ 0 < x < 6$ $\qquad$ $\overline{P_nN_n}(x) = 1{,}67x\ \text{cm}$

$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1{,}67x \cdot 14 \cdot (6 - x)\ \text{cm}^3$ $\qquad$ $x \in \mathbb{R};\ 0 < x < 6$

$V(x) = (-3{,}90x^2 + 23{,}38x)\ \text{cm}^3$ $\qquad$ 2 $\qquad$ L 3 L 4 K 2 K 5

B 2.4	$V_{P_0Q_0R_0M} = 35{,}04\ cm^3$ $V_{ABCDEF} = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10 \cdot 6\ cm^3$ $\qquad V_{ABCDEF} = 420\ cm^3$ $\frac{420 - 35{,}04}{420} = 0{,}9166$ Das Volumen der Pyramide ist um 91,66 % kleiner als das Volumen des Prismas.	3	L 2 L 3 K 2 K 5
B 2.5	$7{,}5 = -3{,}90x^2 + 23{,}38x$ $\qquad x \in \mathbb{R}; 0 < x < 6$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 0{,}34 \quad \vee \quad x = 5{,}65$ $\qquad \mathbb{L} = \{0{,}34; 5{,}65\}$	2	L 2 L 4 K 2 K 5
B 2.6	$\overline{P_nM}(x) = \sqrt{(1{,}67x)^2 + (6 - x)^2}\ cm$ $\qquad x \in \mathbb{R}; 0 < x < 6$ $\overline{P_nM}(x) = \sqrt{3{,}79x^2 - 12x + 36}\ cm$ Einzeichnen der Strecke $[P_4M]$ $\overline{P_4M} = 5{,}15\ cm$	4	L 2 L 4 K 2 K 4 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.