13. 8 Ejercicios

- Identificar los extremos de la función reconociendo su forma dada o su forma después de completar cuadrados.

⑤ $F(x,y) = x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6$
$= (x-1)^2 + (y-3)^2 - 4 \geq 4$

Mínimo Relativo $(-1, 3, -4)$

$F_x = 2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1$
$F_y = 2y - 6 = 0 \rightarrow y = 3$
$F_{xx} = -2, \quad F_{yy} = 2, \quad F_{xy} = 0$

El punto crítico $(-1, 3)$, $F_{xx} > 0$ y
$F_{xx} F_{yy} - (F_{xy})^2 > 0$

Entonces $(-1, 3, -4) \rightarrow$ Mínimo relativo.

$F(-1,3) = (-1)^2 + 3^2 + 2(-1) - 6(3) + 6$
$= 1 + 9 - 2 - 18 + 6 = -4.$

- Examinar la función para localizar los extremos relativos.

(10) $F(x,y) = 2x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 3$

$F_x = 4x + 2y + 2 = 0$ | $2x + 2y = 0$
$F_y = 2x + 2y = 0$ | $2y = -2x$
 | $y = -x$

$4x + 2(-x) + 2 = 0$
$4x - 2x + 2 = 0$
$2x + 2 = 0$
$2x = -2$
$x = -1 \Rightarrow y = -x = -(-1) = \boxed{1}$

$F_{xx} = 4$
$F_{yy} = 2$
$F_{xy} = 2$

Punto crítico $(-1, 1)$, $F_{xx} > 0 \wedge F_{xx} F_{yy} - (F_{xy})^2 > 0$

Entonces $(-1, 1, -4)$ es un mínimo relativo

$F(-1,1) = 2(-1)^2 + 2(-1)(1) + 1^2 + 2(-1) - 3$
$= 2 - 2 + 1 - 2 - 3$
$= 1 - 5 = -4$

(11) $z = x^2 + xy + \frac{1}{2}y - 2x + y$.

$F_x = 2x + y - 2 = 0$

$F_y = x + y + 1 = 0$

$2x - y - 2 = 0$

$2x - x - 1 - 2 = 0$

$x - 3 = 0$

$\boxed{x = 3}$

$x + y + 1 = 0$

$y = -x - 1$

$y = -3 - 1 = \boxed{-4}$

$P_c(3, -4) \geq 0$

$F_{xx} = 2$

$F_{yy} = 1$

$F_{xy} = 1$

$d(x, y) = F_{xx}(x, y) \cdot F_{yy}(x, y) - (F_{xy}(x, y))^2$

$= 2(1) - 1^2 = 2 - 1 = 1 > 0$

$F(3, -4) = 3^2 + 3(-4) + \frac{1}{2}(-4)^2 - 2(3) + (-4)$

$= 9 - 12 + \frac{1}{2}(16) - 6 - 4$

$= 9 - 12 + 8 - 10 = \boxed{-5}$

$F_{xx} > 0$ $(3, -4, -5)$ es un mínimo relativo.