



SECUENCIA DIDÁCTICA DEL LANZAMIENTO DE UN DADO Y DE UNA MONEDA



TEMA: Probabilidad y la Ley de los Grandes Números

OBJETIVO: Comprender el concepto de probabilidad y la Ley de los Grandes Números utilizando dos aplicativos en GeoGebra que simulan el lanzamiento de un dado y de una moneda n cantidad de veces.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Comprender el concepto de probabilidad y su relación con eventos aleatorios como el lanzamiento de un dado y de una moneda.
- Aplicar la regla de probabilidad básica para calcular la probabilidad de eventos simples.
- Analizar cómo la Ley de los Grandes Números se relaciona con la estabilidad de las frecuencias relativas a medida que aumenta el número de ensayos.

INTRODUCCIÓN Y ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS:

Comenzar la clase con experimentos aleatorios como el lanzamiento de un dado y de una moneda y preguntar a los estudiantes qué resultados esperan. Con el fin de reconocer los saberes previos de los estudiantes.

Discutir las ideas previas de los estudiantes sobre la probabilidad y la aleatoriedad.

EXPLICACIÓN DE CONCEPTOS BÁSICOS:

Presentación del tema de probabilidad y su relación con la ley de los grandes números.

Explicación de la Probabilidad

La probabilidad es el cálculo matemático que evalúa las posibilidades que existen de que una cosa suceda cuando interviene el azar.

Eventos y Espacio Muestral:

Definir el concepto de **espacio muestral** como: el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

Identificar los posibles resultados:

- Al lanzar un dado: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
- Al lanzar una moneda: {Cara, Sello}.

Suceso o evento: Es cualquier subconjunto del espacio muestral. El espacio muestral, considerado como un suceso, recibe el nombre de suceso seguro o cierto. El suceso vacío recibe el nombre de suceso imposible.

Regla de la probabilidad básica:

Presentar la fórmula que se utiliza para calcular la probabilidad de un evento.

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Total de casos posibles}}$$

1. Aplicar la fórmula para calcular la probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado.

$P(A)$ = Probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado.

$$P(A) = \frac{3}{6}$$
$$P(A) = \frac{1}{2}$$
$$P(A) = 0.5$$

2. Luego aplicar la fórmula para calcular la probabilidad de sacar cara al lanzar una moneda.

$P(A)$ = Probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda.

$$P(A) = \frac{1}{2}$$
$$P(A) = 0.5$$

Explicación de la Ley de los Grandes Números:

La Ley de los Grandes Números nos dice que si no conocemos la probabilidad de un suceso en un experimento aleatorio, debemos hacer tantas veces el experimento que al hacer un estudio estadístico de los resultados, la frecuencia relativa de cada suceso llega un momento que se estabiliza.

Ejemplos de aplicación: Mostrar cómo la Ley de los Grandes Números se aplica en la práctica con el lanzamiento de un dado y el lanzamiento de una moneda, haciendo múltiples lanzamientos y observando cómo las frecuencias relativas se estabilizan cerca de $1/6$ para cada número en el caso del dado y $1/2$ en el caso del lanzamiento de una moneda para que caiga cara o sello.

Discusión: Preguntar a los estudiantes sobre la importancia de la Ley de los Grandes Números en la predicción de eventos aleatorios a largo plazo.

ACTIVIDAD PRÁCTICA: SIMULACIÓN DEL LANZAMIENTO DE UN DADO

Dividir a los estudiantes en grupos pequeños.

Cada grupo simulará el lanzamiento de un dado 20 veces y registrará los resultados. Para eso harán uso del aplicativo en GeoGebra.

-Analizar los resultados obtenidos por cada grupo y compararlos con las probabilidades teóricas.

Usar el aplicativo para simular una gran cantidad de lanzamientos de un dado (por ejemplo, 1000 lanzamientos).

-Analiza la tabla de frecuencias, la respectiva gráfica y los resultados obtenidos. ¿Qué puedes concluir sobre la relación entre las frecuencias observadas y las probabilidades teóricas?

JUEGO DIDÁCTICO "FICHAS VELOCES: ¡CORRE Y GANA CON LOS NÚMEROS!" LANZAMIENTO DE DOS DADOS

- **Materiales:** Tablero de juego, fichas y dos dados.
- **No. de jugadores:** Dos jugadores
- **Descripción del material del juego:** Un tablero con once filas marcadas del 2 al 12, de diez columnas cada una, con una columna final marcada como Meta; dos dados normales, diez fichas, cinco de cada color.

Material del juego:



- **Reglas y ejecución del juego:**

Es un juego para dos jugadores, cada uno tiene cinco fichas de un color distinto. Y deberán seguir las siguientes reglas:

- ✓ Empieza un jugador cada vez. Elige uno de los números de 2 a 12 y pone allí una ficha de su color; a continuación, elige el otro jugador otro número y coloca allí una de sus fichas. Continúan alternativamente hasta haber elegido cada uno de ellos cinco números; quedará uno de los once números sin elegir.
- ✓ Por orden van tirando los dos dados; si la suma de los dos dados coincide con el número elegido por una de sus fichas, la avanza un lugar en su fila; si sale el número que no ha escogido ninguno de los dos jugadores, elige de entre sus fichas la que quiera y la avanza una casilla.
- ✓ Gana el primer jugador que consiga llegar con una cualquiera de sus fichas a la Meta.

- **Preguntas propuestas para la actividad:**

- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que en un solo lanzamiento de los dos dados salga la suma 7?
- ✓ Si se repite el juego muchas veces, ¿esperarías que la frecuencia relativa de sacar un 7 con los dados se acerque a la probabilidad teórica de obtener un 7? Explica tu respuesta.
- ✓ En el juego, ¿cuál es la probabilidad de que un jugador avance su ficha en un turno específico, suponiendo que todas las fichas están colocadas en números diferentes?
- ✓ Si un jugador coloca todas sus fichas en los números más altos (por ejemplo, 8, 9, 10, 11, 12), ¿crees que tiene una ventaja sobre el otro jugador? Explica tu razonamiento.
- ✓ Después de jugar varias veces, has notado que un jugador ha ganado la mayoría de las veces. ¿Crees que esto contradice la ley de los grandes números? Justifica tu respuesta.
- ✓ Si se juega el juego un gran número de veces, ¿esperarías que la frecuencia relativa de cada resultado posible (suma de los dados) se acerque a su probabilidad teórica? Explica tu razonamiento.
- ✓ Supón que un jugador tiene la estrategia de colocar sus fichas en números consecutivos (por ejemplo, 4, 5, 6, 7, 8). ¿Crees que esta estrategia le da alguna ventaja o desventaja? Explica tu respuesta.
- ✓ Si se juega el juego un gran número de veces, ¿esperarías que la frecuencia relativa de que un jugador avance su ficha en un turno específico se acerque a la probabilidad teórica calculada en la pregunta 3? Explica tu razonamiento.

¡ APRENDIENDO SOBRE LA PROBABILIDAD CON EL LANZAMIENTO DE UNA MONEDA !

Una moneda se lanza dos veces. Si ambos lanzamientos salen:

CARA: La moneda será de Juan.

SELLO: La moneda será de Pedro.

CARA Y SELLO (O viceversa): La moneda será de María.

¿Quién tiene mayor probabilidad de quedarse con la moneda?

- A) Juan B) María C) Pedro D) Todos tienen la misma probabilidad

RESOLVEMOS EL EJERCICIO:

1. Se determinan las variables que se van a utilizar en el diagrama. Sea **C** "CARA" Sea **S** "SELLO"
2. Se dibuja el diagrama de árbol.



3. Se determina la probabilidad para cada persona según el grafico.



4. Se determina la probabilidad para cada persona numéricamente y finalmente se halla la respuesta.
 - JUAN: 1 Probabilidad de 4 que hay. ($1/4$)
 - PEDRO: 1 Probabilidad de 4 que hay. ($1/4$)
 - MARIA: 2 Probabilidades de 4 que hay. ($1/2$)

ACTIVIDAD PRÁCTICA: SIMULACIÓN DEL LANZAMIENTO DE UNA MONEDA EN GEOGEBRA

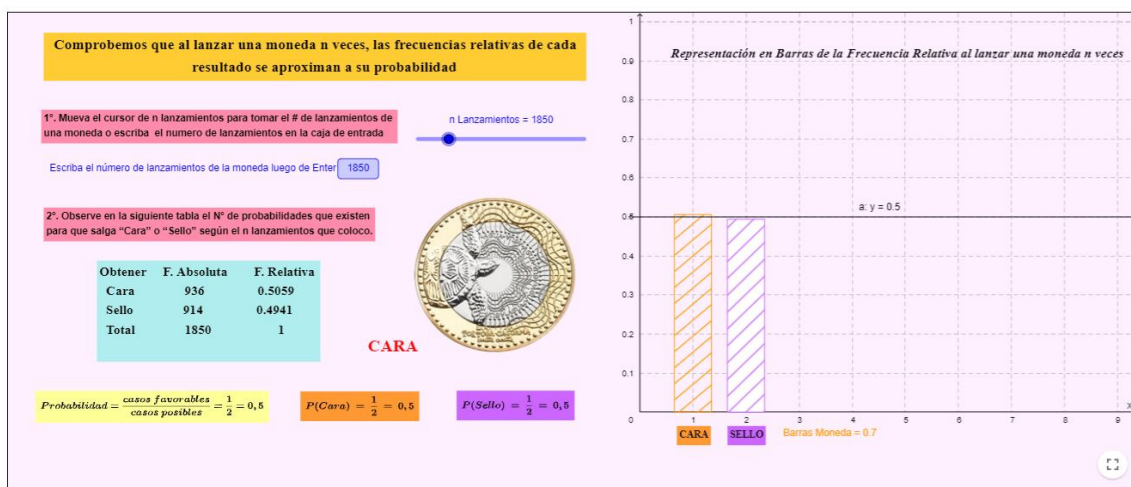
Objetivo: Examinar mediante varios lanzamientos de una moneda, como va aumentando y disminuyendo las frecuencias relativas y absolutas de los resultados (cara y sello), así como verificar si las frecuencias relativas tienden a ciertos valores (probabilidades teóricas) a medida que aumenta el número de lanzamientos, en línea con la Ley de los Grandes Números.

Ejecución de la actividad:

Utilizando el Applet de GeoGebra <https://www.geogebra.org/m/cbrwccgfk>, los estudiantes deben simular la cantidad de lanzamientos que desee de una moneda en este app y registrar los resultados (Cara o Sello) en una tabla. Después de un número determinado de lanzamientos (por ejemplo, 20 o 30), los estudiantes analizan y discuten si los resultados se aproximan a la probabilidad teórica de 0.5 para cara y 0.5 para cruz en la frecuencia relativa a medida que aumenta el número de lanzamientos, lo que ilustra la ley de los grandes números.

Se plantea la siguiente pregunta: ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara en el segundo lanzamiento si el primer lanzamiento fue sello?

Los estudiantes realizan experimentos para verificar si los resultados empíricos coinciden con las predicciones teóricas de la probabilidad condicional.



JUEGO DIDÁCTICO "CARA AL AIRE" LANZAMIENTO DE DOS MONEDAS

- **Objetivo del juego:** Fomentar la toma de decisiones basada en probabilidades y promover la habilidad para realizar análisis de datos.
- **Materiales:** Tablero de juego, fichas y dos monedas.
- **No. de jugadores:** Tres jugadores

Laura Valentina Romero Ortiz - 051100362022
Danna Isabella Gonzalez Barrios - 051100132022

- **Descripción del material del juego:**

Un tablero con la salida enumerada con el 0, 1 y 2, la meta y 30 casillas. Una moneda menos que el número de jugadores, es decir, dos monedas. Una ficha de color diferente para cada jugador.

Material del juego



- **Reglas y ejecución del juego**

El juego es para tres jugadores. Cada uno de ellos coloca su ficha en la salida y deberán cumplir las siguientes reglas:

- ✓ Cada uno de los jugadores elige el que salgan dos, una o ninguna cara. Si hay dos o más jugadores que quieren hacer la misma elección se sortea entre ellos.
- ✓ Por turnos van tirando las dos monedas. Avanza una casilla el jugador que haya hecho la elección del número de caras que haya salido. Por ejemplo, si salen las dos caras avanza un lugar quien lo haya elegido; el resto de los jugadores continúa en su casilla. El orden de llegada a la meta es el del juego.

- **Preguntas propuestas para la actividad:**

- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que en un lanzamiento de dos monedas salgan dos caras?

- ✓ ¿Qué jugador tiene mayor probabilidad de avanzar en cada lanzamiento: aquel que elige “dos caras”, “una cara”, ¿o “ninguna cara”? ¿Por qué?
- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que en un lanzamiento de dos monedas salga una cara y una cruz?
- ✓ ¿Qué significa que las frecuencias relativas de los resultados en este juego se aproximen a ciertos valores a medida que aumenta el número de lanzamientos de las monedas?
- ✓ ¿Cuál es la importancia de la Ley de los Grandes Números en la comprensión de la probabilidad de éxito en este juego?
- ✓ Supongamos que en una serie de lanzamientos la frecuencia relativa de obtener dos caras es mayor que la frecuencia relativa de obtener una cara o ninguna cara. ¿Qué implicaciones tiene esto para los jugadores en términos de su estrategia en el juego?
- ✓ Si un jugador decide siempre elegir "dos caras" como su opción, ¿cómo se espera que su posición en el juego evolucione a medida que aumenta el número de lanzamientos?
- ✓ ¿Cómo podrías calcular la probabilidad de que un jugador específico gane el juego dadas las probabilidades de los distintos resultados en un lanzamiento de dos monedas?
- ✓ ¿Cómo se vería afectado el juego si se agregara un tercer resultado posible al lanzamiento de las monedas, como obtener dos sellos?
- ✓ Si se permitiera a los jugadores cambiar su elección en cada turno en función de los resultados anteriores, ¿cómo afectaría esto a la dinámica y al resultado del juego?