

Matematikuppgift	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
Antagningsprov svarsform																b																
Ma/Fy	CTH	KTH	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd										del C	
2024	SU	GU	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	del A	A, 1p	B, 2p	del B	B, 2p	del B	B, 2p	del B	B, 2p	del B	B, 2p	del B	5p

16. Om $\alpha \in [0, 2\pi]$, så gäller

$$(a) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}};$$

$$(b) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}};$$

$$(c) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{2}};$$

(d) ingen av formlerna gäller generellt.

16. Om $\alpha \in [0, 2\pi]$, så gäller

$$(a) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$(b) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$(c) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{2}}$$

(d) ingen av formlerna (a)-(b)-(c) gäller generellt.

$$\sin 2v = 2 \sin v \cos v$$

$$\cos 2v = \begin{cases} \cos^2 v - \sin^2 v & (1) \\ 2 \cos^2 v - 1 & (2) \\ 1 - 2 \sin^2 v & (3) \end{cases}$$

$$\sin^2 v + \cos^2 v = 1$$

från formelblad Ma4:

$$\cos 2v = 1 - 2 \sin^2 v =$$

$$2 \sin^2 v = 1 - \cos 2v \text{ bb}$$

$$\sin^2 v = \frac{1 - \cos 2v}{2}$$

$$\sin v = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 2v}{2}}$$

$$\text{och med } \alpha = 2v, \alpha/2 = v$$

Det är bara cosinus för dubbla vinkeln som kan leda fram till ett uttryck liknande de i (a)-(b)-(c), och av dessa är det **(b)** som är likt.

anledningen att \pm -tecknet är överflödigt beror på intervallet som endast ger positiva värden (se grafer, nästa sida)

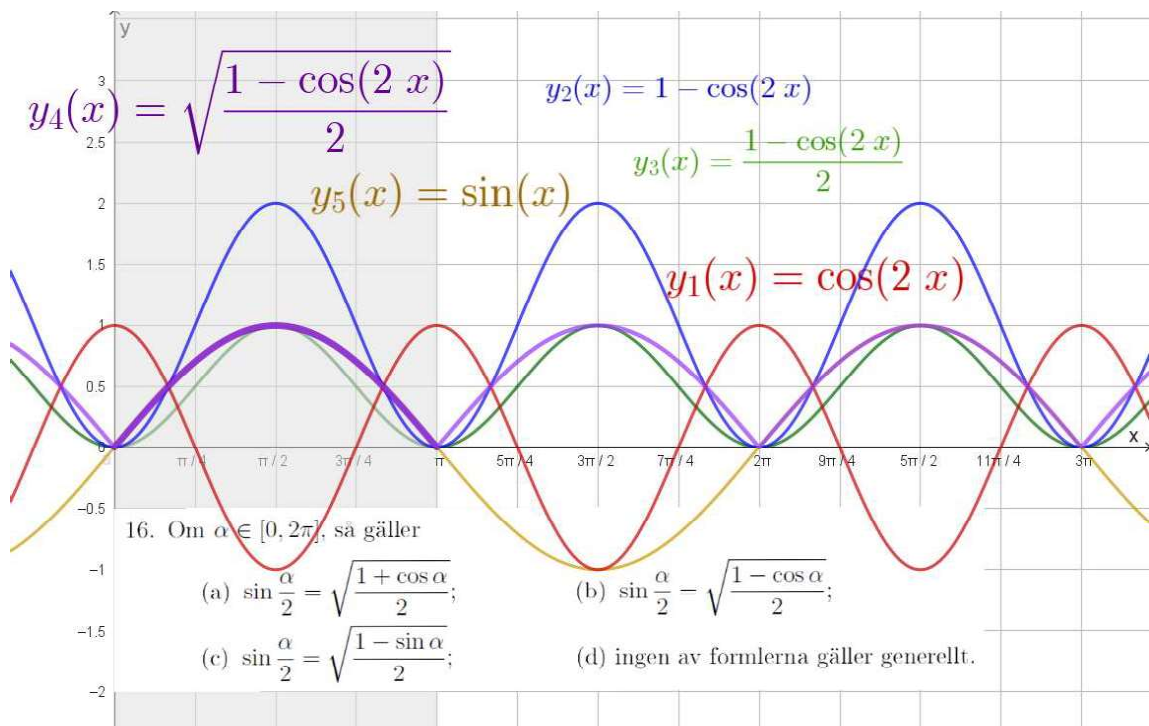
$$\sin v = \sqrt{\frac{1 - \cos 2v}{2}}$$

motsvarar då

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

med intervallet $0 < \alpha < 2\pi$

(det vill säga alla vinklar α)



här kan man i bilden på graferna ovan se att uttrycket $\sin(x) = \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}}$ i intervall $0 < x < \pi$

vilket motsvarar att $\sin(\frac{\alpha}{2}) = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$ i intervall $0 < \alpha < 2\pi$, alltså alternativ (b)

Här är tecknet enbart positivt, vilket gör att \pm är överflödigt i uttrycket på vänster sida.

