10 Primo Criterio

TEOREMA 10.1 (Primo criterio di similitudine)**.** *Se due triangoli hanno gli angoli ordinatamente uguali allora sono simili*

Ipotesi: ABC e $A'B'C'$ triangoli con $\hat{A} \cong \hat{A}'$; $\hat{B} \cong \hat{B}'$; $\hat{C} \cong \hat{C}'$
Tesi: $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'}$

Dimostrazione. Se i due triangoli hanno un lato congruente, ad es. $AB \cong A'B'$, allora sono congruenti per il secondo criterio di congruenza e sono, quindi, simili. Se $AB \neq A'B'$, supponiamo, senza perdere di generalità, che sia $A'B' < AB$

1. Tracciamo, su AB il segmento $AB'' \cong A'B'$
2. Tracciamo una retta passante per B'' che formi con AB un angolo $\hat{B}'' \cong \hat{B}'$ e che intersechi AC in C''
3. I triangoli $AB''C''$ e $A'B'C'$ sono congruenti per il secondo criterio.
4. Per l'inverso del teorema delle rette parallele $\hat{B} \cong \hat{B}'' \implies B''C'' \parallel BC$.

   Ora per il primo corollario e per ipotesi $\dfrac{AB''}{AB} = \dfrac{AC''}{AC} \implies \dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC}$

   Inoltre, per il secondo corollario, $\dfrac{B''C''}{BC} = \dfrac{AB''}{AB} \implies \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{AB'}{AC}$

□