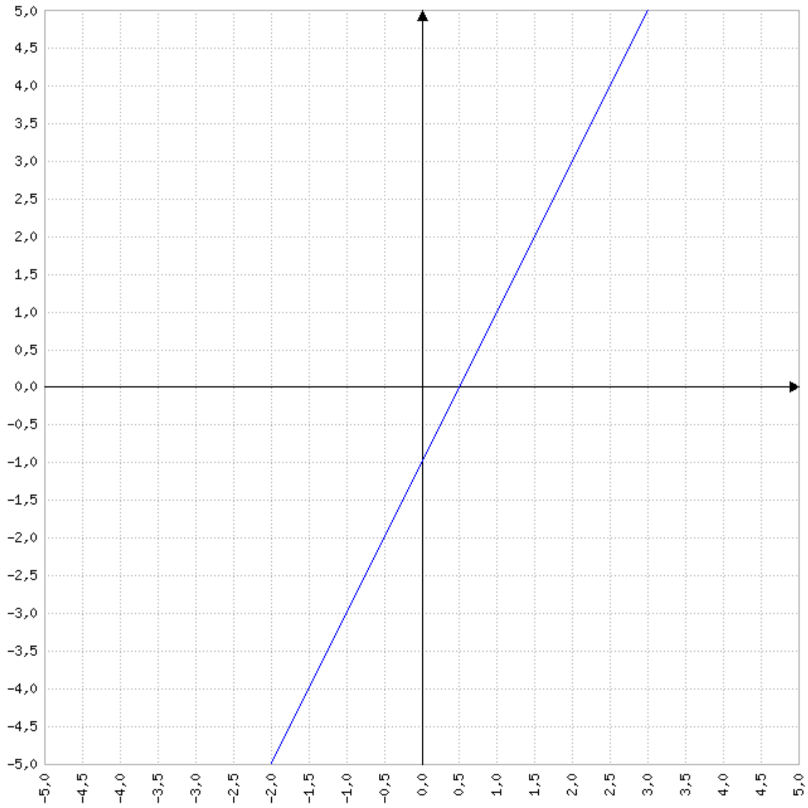
Aufgaben zu linearen Funktionen

1.) Bis zum 12.03.2020 im Unterricht kennengelernt:

- <u>Funktionsgleichung</u> ➔ $y = 2x - 1$
- <u>Wertetabelle</u>

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	**-7**	**-5**	**-3**	**-1**	**1**	**3**	**5**

- <u>Graph</u>



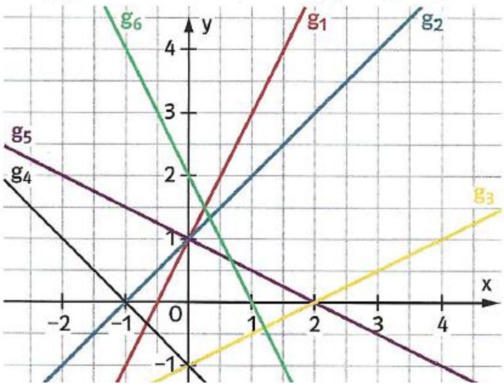
2.) Aus dem Koordinatensystem den <u>y-Abschnitt b</u> und die <u>Steigung m</u> (Steigungsdreieck) <u>ablesen</u>.

Danach die zugehörige Funktionsgleichung finden.

AUFGABE 1:

Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung?

- $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$
- $f(x) = x + 1$
- $f(x) = -2x + 2$
- $f(x) = 2x + 1$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$
- $f(x) = -x - 1$



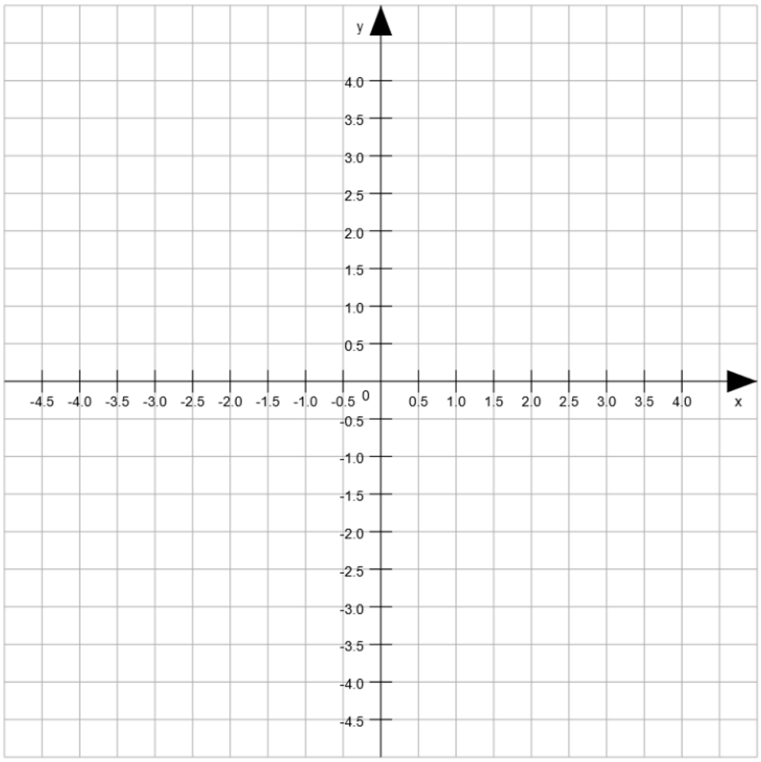
3.) Mit Hilfe von b und m die Gerade in ein Koordinatensystem <u>einzeichnen</u>.

(Zunächst b auf der y-Achse eintragen und dann mit Hilfe des Steigungsdreiecks einen zweiten Punkt eintragen. Dann beide Punkte mit einem Lineal verbinden.)

AUFGABE 2:

Tragen Sie die beiden Funktionen
$y = 2x - 2$ und $y = -x + 4$
in ein Koordinatensystem ein.

Lesen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden ab. S(|)



4.) Den <u>Schnittpunkt</u> von zwei Geraden <u>rechnerisch bestimmen</u>.
(Siehe 3.), zeichnerisch)

Zunächst werden die beiden Funktionsgleichungen gleichgesetzt:

$$\begin{aligned} 2x - 2 &= -x + 4 && \mid +x \\ 3x - 2 &= 4 && \mid +2 \\ 3x &= 6 && \mid :3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$x = 2$ wird in eine der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt:

$y = 2x - 2 = 2*2 - 2 = 2$

⇨ S (2 | 2).

AUFGABE 3:
Berechnen Sie den Schnittpunkt von:

$y = 2x - 3$ und $y = 4x - 9$

5.) <u>Punkteprobe</u> (x-Wert in die Funktionsgleichung einsetzen und prüfen, ob der y-Wert übereinstimmt)

+ weitere AUFGABEN.

Schnittpunkt von zwei Geraden berechnen

1.) y = 2x – 1 und y = - x + 14

2.) y = 3x + 4 und y = - 2x + 14

3.) Die Gerade geht durch den Punkt P (2|-1) und hat die Steigung m = -1,5.

Zeichnen Sie die Gerade ins Koordinatensystem.

Wie heißt die Geradengleichung?

Ergänzen Sie die Koordinaten der folgenden Punkte:

A (5|y) B (x|0)

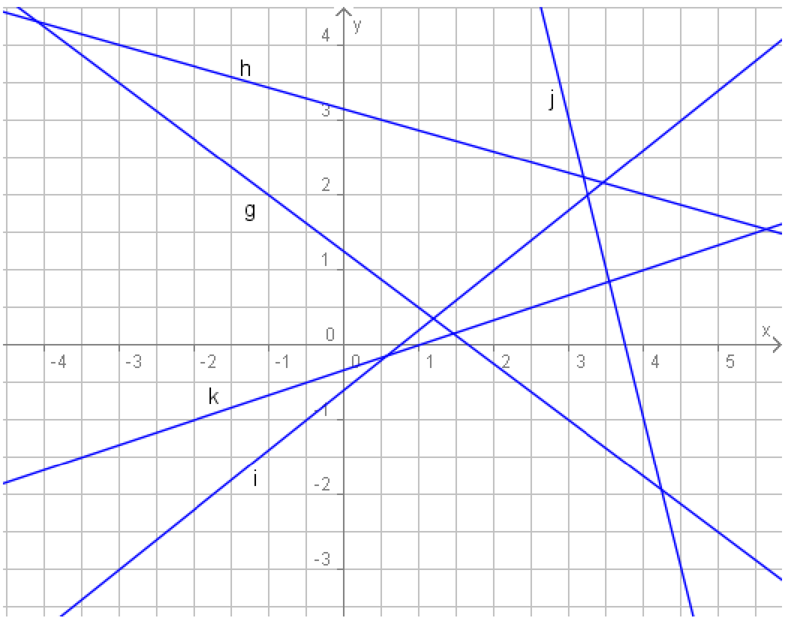
4.) Die Gerade g geht durch die Punkte P (0|2) und Q (1|3), die Gerade h durch R (0|5) und S (1|4,5).

Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Geraden und berechnen Sie die Koordinaten ihres Schnittpunkts.

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{y_2 - y_1}}{\mathbf{x_2 - x_1}}$$

Steigung aus 2 Punkten berechnen.

5.)



6.) Eine AUFGABE aus der ZP 10:

SS 2011

Berücksichtigt man die Anschaffungskosten für die Popcorn-Maschine, dann können die gesamten Kosten für x Portionen Popcorn mit der Funktionsgleichung $k(x) = 280 + 0{,}21 \cdot x$ berechnet werden. Bei einem Verkaufspreis von 2,50 € können die Einnahmen mit der Funktionsgleichung $e(x) = 2{,}5 \cdot x$ berechnet werden.

c) Zeichnen Sie beide Funktionen in ein Koordinatensystem ein.

d) Berechnen Sie, ab welcher Anzahl verkaufter Portionen Popcorn die Einnahmen höher sind als die Kosten.

Hilfe für die Zeichnung:

Eine Wertetabelle für beide Funktionen anlegen:

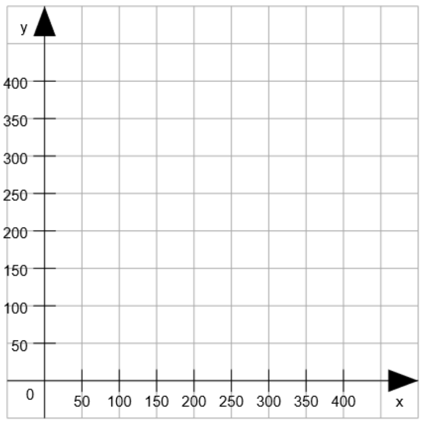
Kosten ➔ k(x)

x	0	100	200	300	400
y					

Einnahmen ➔ e(x)

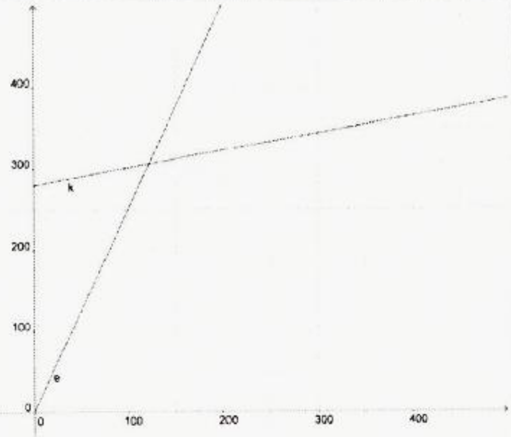
x	0	100	200	300	400
y					

Danach: x-Achse: 1 cm ≙ 100 Portionen y-Achse: 1 cm ≙ 100 €.



Lösung von 6.):

Lösung: Geraden in der ZP 10

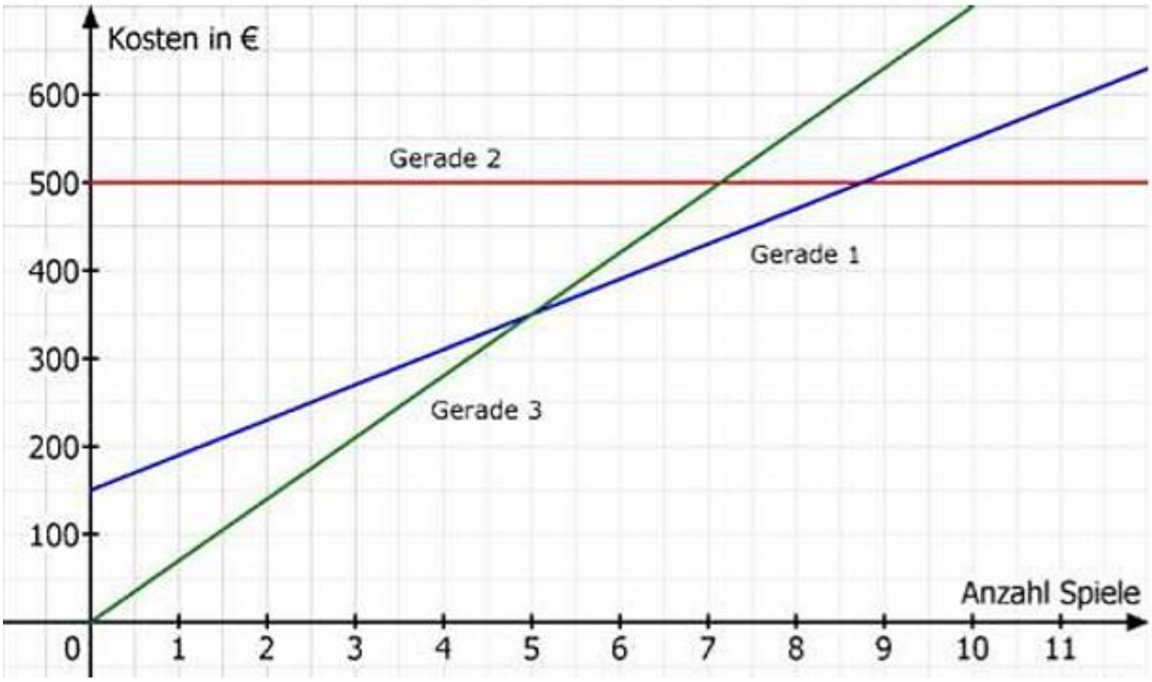
c)	stellt beide Funktionen in einem Koordinatensystem dar	 (Im Unterricht vereinbarte Konventionen sollten eingehalten werden.)	6
	wählt einen anderen Lösungsweg, der sachlich richtig ist		(6)
d)	übersetzt die Fragestellung in einen Ansatz	„Die gesuchte Anzahl kann durch Berechnung der Schnittstelle der beiden Geraden, z. B. durch Gleichsetzen, bestimmt werden.“	2
	berechnet die Schnittstelle der beiden Funktionen	$280 + 0{,}21 \cdot x = 2{,}5 \cdot x$ $280 = 2{,}29 \cdot x$ $x = 122{,}27\ldots$	2
	interpretiert das Ergebnis im Kontext	„Ab der 123. verkauften Portion Popcorn sind die Einnahmen höher als die hier berücksichtigen Kosten.“	1

7.) Weitere Anwendungsaufgaben:

Aufgabe 7.1:

Ein Verein bietet seinen Besuchern 3 Tarife zur Auswahl:
Tarif 1: Ein Saisonticket kostet 500 €.
Tarif 2: Mitglieder zahlen einen Einmalbetrag von 150 € und 40 € Eintritt pro Spiel.
Tarif 3: Der Eintritt zu jedem Spiel kostet 70 €.

a) Welche Gerade gehört zu welchem Tarif?
b) Für welche Anzahl von Spielen ist welcher Tarif am günstigsten?



Lösungen:

a) Gerade 1 ➔ Tarif 2
Gerade 2 ➔ Tarif 1

Gerade 3 ➔ Tarif 3

b) Tarif 1 ➔ 0 – 5 Spiele
Tarif 2 ➔ 5 – 8,75 Spiele (das heißt bis 8 Spiele!!)

Tarif 3 ➔ ab 9 Spiele

Die Funktionsgleichungen für die drei Tarife lauten:

Tarif 1 $y = 40x + 150$

Tarif 2 $y = 500$

Tarif 3 $y = 70x$

Ermitteln Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Geraden 2 und 3 rechnerisch!

Aufgabe 7.2:

Ein Fallschirmspringer öffnet seinen Fallschirm und misst mit Hilfe eines Höhenmeters zu verschiedenen Zeitpunkten nach dem Öffnen des Schirmes seine Höhe über dem Erdboden. Die Messung ergab die folgende Wertetabelle:

Fallzeit t in s	5	10	15	20	25
Höhe h in m	364	353	342	331	320

- Wird der Zusammenhang zwischen der Zeit und der Höhe durch eine lineare Funktion beschrieben? Begründe! (Die Höhe nimmt alle 5 Sekunden um den gleichen Betrag ab.)
- Gib die Funktionsgleichung dieser linearen Funktion an. (y = -1,2x + 375)
- Nach welcher Zeit erreicht der Fallschirmspringer den Boden? (Nullstelle, siehe 8.)!)
- Nach seiner Landung gibt der Fallschirmspringer an, dass er sich nach einer Fallzeit von 2 Minuten in einer Höhe von weniger als 100 m befand. Kann das sein? (Punkteprobe)

8.) Info Nullstelle berechnen:

Du hast eine Funktionsgleichung $y = -2x + 3$ und du sollst die Nullstelle berechnen:

Bei der Nullstelle ist der y-Wert gleich Null, deshalb setzt du die Gleichung gleich Null:

$y = -2x + 3 \quad |\mathit{Null\ setzen}$
$0 = -2x + 3 \quad | -3$
$-3 = -2x \quad | : (-2)$
$1{,}5 = x$

Also ist die Nullstelle bei (1,5/0).

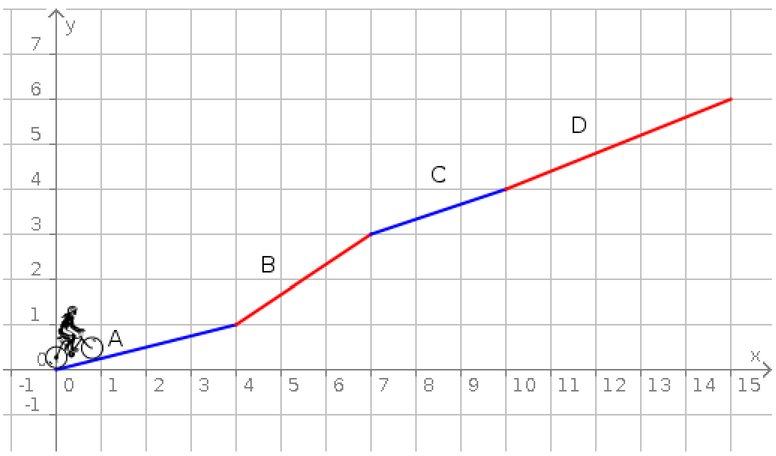
Aufgabe 8: Berechnen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen:

a) y = 2x – 5
b) y = -3x + 2
c) y = 0,5x – 4
d) y = 0,75 + 2,25

9.) Die Steigung über den Höhenunterschied und den Längenunterschied (waagerecht) bestimmen.

$$\text{Steigung} = \frac{\text{Höhenunterschied}}{\text{Längenunterschied}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Gib an, welche unterschiedlichen Steigungen der Fahrradfahrer auf seiner Etappe zu überwinden hat.



A	B	C	D
m = $\frac{1}{\square}$	m = $\frac{\square}{\square}$	m = $\frac{\square}{\square}$	m = $\frac{\square}{\square}$