# Teoría – Tema 5

# Teoría - 3 - Vectores proporcionales

## Vectores paralelos y antiparalelos. Factor de proporción

Dos vectores $\vec{u}=(u_x, u_y, u_z, ...)$ y $\vec{v}=(v_x, v_y, v_z, ...)$ son paralelos si sus componentes cumplen la siguiente relación:

$$\frac{u_x}{v_x}=\frac{u_y}{v_y}=\frac{u_z}{v_z}=...=k \quad \text{siendo} \quad k\in\mathbb{R}, k>0 \quad \rightarrow \quad k \quad \text{es un factor de proporción positivo}$$

Dos vectores $\vec{u}=(u_x, u_y, u_z, ...)$ y $\vec{v}=(v_x, v_y, v_z, ...)$ son antiparalelos (opuestos) si sus componentes cumplen la siguiente relación:

$$\frac{u_x}{v_x}=\frac{u_y}{v_y}=\frac{u_z}{v_z}=...=k \quad \text{siendo} \quad k\in\mathbb{R}, k<0 \quad \rightarrow \quad k \quad \text{es un factor de proporción negativo}$$

En general, a los vectores paralelos y antiparalelos se les denomina vectores proporcionales. Siendo $k$ el factor de proporción.

Dos vectores paralelos tienen la misma dirección y sentido.

Dos vectores antiparalelos tienen la misma dirección y sentido opuesto.

**Si nos centramos exclusivamente en vectores de dos dimensiones**, también podemos afirmar que dos vectores son paralelos o antiparalelos si tienen la misma pendiente.

$$\vec{u}=(u_x, u_y) \quad \rightarrow \quad m_{\vec{u}}=\frac{u_y}{u_x} \quad , \quad \vec{v}=(v_x, v_y) \quad \rightarrow \quad m_{\vec{v}}=\frac{v_y}{v_x}$$

Si $m_{\vec{u}}=m_{\vec{v}}$ → pueden ser paralelos o antiparalelos (solo para dos dimensiones)

**Importante:** solo con la pendiente no podemos distinguir, en dos dimensiones, si los vectores son paralelos o antiparalelos. La pendiente viene determinada por la dirección de la recta que contiene al vector. Y los vectores paralelos y antiparalelos comparten la misma dirección.

**Ejemplo 1 resuelto**

**a) ¿Son proporcionales** $\vec{u}=(1,2,3)$ **y** $\vec{v}=(-2,-4,-6)$ **?**

$\frac{1}{-2}=\frac{2}{-4}=\frac{3}{-6}=k \quad \rightarrow \quad k=-1/2$ → Proporcionales antiparalelos

**b) ¿Son proporcionales** $\vec{u}=(1,2,3)$ **y** $\vec{v}=(2,4,6)$ **?**

$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=k \quad \rightarrow \quad k=1/2$ → Proporcionales paralelos

**c) ¿Son proporcionales** $\vec{u}=(4,2,3)$ **y** $\vec{v}=(2,4,6)$ **?**

$\frac{4}{2}\neq\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$ → No son proporcionales

# Multiplicar un vector por un escalar

Del concepto de vectores proporcionales es directo comprender que si multiplicamos todas las componentes de un vector por un mismo número real $k$ , obtendremos un nuevo vector que comparte la misma dirección.

Si el número real $k$ es positivo, el nuevo vector será paralelo al primero.

Si el número real $k$ es negativo, el nuevo vector será antiparalelo al primero.

El módulo del nuevo vector proporcional vendrá determinado por el valor de $k$ .

La operación $k\cdot\vec{u}$ la denominaremos escalar por vector, y consiste en multiplicar cada componente por el factor $k$ .

**Ejemplo 2 resuelto**

**Sea $\vec{u}=(3,4)$ . Comparar la pendiente y el módulo del vector con la pendiente y el módulo del vector resultante de operar $7\cdot\vec{u}$ .**

$\vec{u}=(3,4)$ → módulo: $\sqrt{3^2+4^2}=5$ → pendiente: $\frac{4}{3}$

$7\cdot\vec{u}=7\cdot(3,4)=(7\cdot 3,7\cdot 4)=(21,28)$ → módulo: $\sqrt{21^2+28^2}=7\cdot 5=35$ → pendiente: $\frac{28}{21}=\frac{4}{3}$

Conclusión: las pendientes coinciden y el módulo queda ampliado por un factor 7.