Problemas – Tema 3

Problemas resueltos - 5 - raíz cuadrada en notación binómica

1. Obtener la raíz cuadrada de $z=3+4i$ **.**

El resultado de $\sqrt{3+4i}$ será otro número complejo que denotaremos como $c+di$. Es decir:

$$\sqrt{3+4i}=c+di$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$3+4i=(c+di)^2 \rightarrow 3+4i=c^2+(di)^2+2\text{cdi} \rightarrow 3+4i=c^2-d^2+2\text{cdi}$$

Igualamos las partes reales entre sí, e igualamos las partes imaginarias entre sí:

$$\left\{\begin{matrix} 3=c^2-d^2 \\ 4=2\text{cd} \end{matrix}\right\}$$

Despejamos de la segunda ecuación: $4=2\text{cd} \rightarrow \frac{2}{c}=d$ → Llevamos esta relación a la primera ecuación del sistema:

$$3=c^2-\left(\frac{2}{c}\right)^2 \rightarrow 3=c^2-\frac{4}{c^2} \rightarrow 3=\frac{c^4-4}{c^2} \rightarrow 3c^2=c^4-4 \rightarrow 0=c^4-3c^2-4$$

Llegamos a una ecuación bicuadrática: $c^2=t \rightarrow 0=t^2-3t-4$

$$t=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2} \rightarrow t_1=4 \quad , \quad t_2=-1$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$c^2=t \rightarrow c=\pm\sqrt{t}$$

$$c=\pm\sqrt{4}=\pm 2$$

$c=\pm\sqrt{1}\notin\mathbb{R}$ → los valores c y d que estamos buscando deben ser números reales.

Con los valores $c=\pm 2$ calculamos los valores solución de d :

$$\frac{2}{c}=d$$

Si $c=2 \rightarrow d=1$ → solución: $\sqrt{3+4i}=2+i$

Si $c=-2 \rightarrow d=-1$ → solución: $\sqrt{3+4i}=-2-i$