Es reicht zunächst, wenn Sie nur ein der Methoden beherrschen

a) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{400 - 343{,}5}{2015 - 1985} = \frac{113}{60} \approx 1{,}88$

1 Berechnung der Steigung auf mehrere Arten
2 1. Direkt mit den Zahlen rechnen
3 (400-343.5)/(2015-1985) ✓ $\frac{400 - 343.5}{2015 - 1985}$
4 $3 → $\frac{113}{60}$
5 $4 ≈ 1.8833

Achten Sie bei der Eingabe darauf, dass Sie um Zähler (auf dem Bruchstrich) und Nenner (unter dem Bruchstrich) eine Klammer setzen. (400-343.5)/(2015-1985)
In Zeile 3 war die Einstellung auf ✓ — Bei dieser Einstellung rechnet Geogebra nicht, sondern stellt die Eingabe in mathematischer Schreibweise dar. So kann man gut sehen, ob man bei der Eingabe alles richtig gemacht hat.
In Zeile 4 auf = — Bei dieser Einstellung rechnet Geogebra das Ergebnis als Bruch aus. Mit diesem Ergebnis sollten Sie weiter rechnen, weil Sie so Rundungsfehler vermeiden.
und in Zeile 5 auf ≈ — Mit dieser Einstellung erhalten Sie einen Dezimalbruch (Kommazahl) als Ergebnis. Wenn Sie die Ergebnisse interpretieren wollen, ist es verständlicher, wenn Sie den Dezimalbruch verwenden.

b) Die Konzentration an CO_2 in der Atmosphäre steigt mit ca. 1,88 ppm pro Jahr an.

6 2. Mit der Formel für die Steigung rechnen
7 2a. Zwei Punkte definieren := zeigt an, dass Geogebra sich diese Punkte merken soll
8 A:=(1985,343.5) ≈ A := (1985, 343.5)
9 Mit x(A),x(B) ruft man die x-Koordinaten der Punkte ab.
10 Mit y(A),y(B) ruft man die y-Koordinaten der Punkte ab.
11 B:=(2015,400) ≈ B := (2015, 400)
12 (y(B)-y(A))/(x(B)-x(A)) ✓ $\frac{y(B) - y(A)}{x(B) - x(A)}$
13 $12 → $\frac{113}{60}$
14 $13 ≈ 1.8833

Auch hier muss man bei der Eingabe (y(B)-y(A))/(x(B)-x(A)) eine Klammer um Zähler und Nenner schreiben.

15 2b. Mit der Formel und dem Ersetze-Befehl
16 (y_2-y_1)/(x_2-x_1) ≈ $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
17 Ersetze($16,{x_1 = 1985, y_1 = 343.5, x_2 = 2015, y_2 = 400}) ✓ $\frac{343.5 - 400}{1985 - 2015}$
18 $17 → $\frac{113}{60}$
19 $18 ≈ 1.8833

Den **"Ersetze"**-Befehl werden Sie später auf jeden Fall häufiger verwenden.
Ersetze($16,{x_1=1985,y_1=343,5,x_2=2015,y_2=400})
Setzt für die Variablen x_1, x_2, y_1, y_2 die Zahlen aus der **Ersetzungsliste** {x_1=1985,y_1=...} in die Formel aus **Zeile 16** ein.
Ersetzungslisten schreibt man, wie alle Listen, in geschweiften Klammern.

c) $K(x) = m \cdot x + b \mid m = \frac{113}{60}$

$K(x) = \frac{113}{60} \cdot x + b$

Einsetzen eines Punktes in die Funktionsgleichung:

$K(2015) = \frac{113}{60} \cdot 2015 + b = 400 \mid CAS$

$b = -\frac{40739}{12} \approx -3395$

20 Berechnung des y-Achsenabschnittes durch Einsetzen eines Punktes in die Funktionsgleichung
21 $13 * 2015 + b = 400 ✓ $13 · 2015 + b = 400
22 $21 → $b + \frac{45539}{12} = 400$
23 $22 - 45539 / 12 → $b = \frac{-40739}{12}$
24 $23 ≈ b = −3394.9167

In Zeile 13 steht der Wert für die Steigung als Bruch.
Mit $13 ruft man das Ergebnis aus Zeile ab.
Alternativ könnte man auch den Bruch aus Zeile 13 abschreiben
In Zeile 23 habe ich mit der Befehlzeile $22-45539/12 auf beiden Seiten der Gleichung aus Zeile 23 den Bruch 45539/12 subtrahiert, damit b allein auf einer Seite steht.
Alternativ könnten Sie auch auf einer der Schalter x= x≈ klicken um entweder die Lösung alas Bruch oder als Dezimalbruch (Kommazahl) zu erhalten.

d) Zum Zeitpunkt 0 Jahre war die Konzentration an CO_2 in der Atmosphäre bei −3395 ppm. Das ist nicht sinnvoll. Das mathematische Modell ist hier nicht mehr gültig.

e) $K(2022) = \frac{113}{60} \cdot 2022 - \frac{40739}{12}$

$= \frac{24791}{60} \approx 413$

Im Jahr 2022 beträgt die Konzentration an CO_2 413 ppm.

25 K(x):=$13 x - 40739 / 12 → $K(x) := \frac{113}{60} x - \frac{40739}{12}$
26 K(2022) → $\frac{24791}{60}$
27 $26 ≈ 413.1833

Mit K(x):=... definiere ich die Funktion K. Definieren bedeutet, dass man sich in den folgenden Zeilen auf darauf beziehen kann. In der Zeile 26 bedeutet K(2022), dass Geogebra in die Funktion für x den Wert 2022 einsetzt. Das geht nur, wenn man die Funktion zuvor definiert hat.

Auch wenn die Aufgabe nicht dazu auffordert:
Wenn Sie eine Berechnung im Sachkontext durchführen, sollten Sie ein Antwort schreiben.
Die Antwort schreiben Sie mit Begriffen des Sachkontextes und nicht mit mathematischen Begriffen.
Schreiben Sie also nicht: Der Funktionswert an der Stelle 2022 beträgt 413.

f) $K(x) = 500$

$\frac{113}{60} \cdot x - \frac{40739}{12} = 500 \quad \Big| + \frac{40739}{12}$

$\frac{113}{60} x = \frac{46739}{12} \quad \Big| : \left(\frac{113}{60}\right)$

$x = \frac{233695}{113} \approx 2068{,}09$

28 K(x)=500 → $\frac{113}{60} x - \frac{40739}{12} = 500$
29 $28 + 40739 / 12 → $\frac{113}{60} x = \frac{46739}{12}$
30 $29 / (113 / 60) → $x = \frac{233695}{113}$
31 $30 ≈ x = 2068.0973

Beachten Sie, dass ich einfach in der Zeile 28 die 500 durch eine 0 ersetzt habe.
Geogebra verändert automatisch die gesamte nachfolgende Rechnung.
Man muss also nicht die ganze Rechnung noch einmal schreiben.

$K(x) = 0$

$\frac{113}{60} \cdot x - \frac{40739}{12} = 0 \quad \Big| + \frac{40739}{12}$

$\frac{113}{60} x = \frac{40739}{12} \quad \Big| : \left(\frac{113}{60}\right)$

$x = \frac{203695}{113} \approx 1802{,}6$

28 K(x)=0 → $\frac{113}{60} x - \frac{40739}{12} = 0$
29 $28 + 40739 / 12 → $\frac{113}{60} x = \frac{40739}{12}$
30 $29 / (113 / 60) → $x = \frac{203695}{113}$
31 $30 ≈ x = 1802.6106

Alternativ zur dargestellten Vorgehensweise, können Sie auch mit dem "Löse-" und dem "Löse numerisch-" Schalter nach x auflösen. Die dargestellte Vorgehensweise ist vielleicht länger, aber transparenter und kann ins Heft übernommen werden.

Wenn das mathematische Modell auch in der Zukunft Gültigkeit besitzt und die Konzentration weiterhin linear ansteigt, wird ca. im Jahr 2068 eine Konzentration von 500 ppm erreicht.

Da die Konzentration an CO_2 niemals 0 sein kann, ist das zweite Ergebnis nicht sinnvoll interpretierbar.

g) $T(x) = m \cdot x + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0{,}6212 - 0{,}013}{2015 - 1980} = \frac{3041}{175000} \approx 0{,}0174$

Die Temperatur steigt mit 0,0174 °C pro Jahr.

$T(1980) = 0{,}013$

$\frac{3041}{175000} \cdot 1980 + b = 0{,}013 \mid CAS$

$b \approx -34{,}3937$

Der y-Achsenabschnitt kann nicht sinnvoll interpretiert werden.

$T(x) \approx 0{,}0174x - 34{,}3937$

32 Ersetze((y_2-y_1)/(x_2-x_1), {x_1=1980,y_1=0.013,x_2=2015,y_2=0.6212}) ✓ $\frac{0.6212 - 0.013}{2015 - 1980}$
33 $32 → $\frac{3041}{175000}$
34 $33 ≈ 0.0174
35 $33 * 1980 + b = 0.013 → $b + \frac{301059}{8750} = \frac{13}{1000}$
36 Löse($35,b) → $\left\{b = \frac{-1203781}{35000}\right\}$
37 $36 ≈ {b = −34.3937}

In Zeile 33 steht das Ergebnis der Steigungsberechnung.
In Zeile steht eine Ersetzungsliste mit dem Wert für b.
38 T(x):=$33 x + Ersetze(b,$37) → $T(x) := \frac{3041}{175000} x - \frac{1719687142857}{50000000000}$
39 T(x) ≈ 0.0174 x − 34.3937
Die Funktion definiert man mit den exakten Ergebnissen und nicht mit den abgerundeten Kommazahlen. So vermeidet man Rundungsfehler.
Das kann man ins Heft übernehmen.

h) $T(2022) \approx 0{,}0174 \cdot 2022 - 34{,}3937$

40 T(2022) ≈ 0.7428

$= 0{,}7428$

Im Jahr 2022 liegt die Temperatur bereits 0,7428 °C über dem langjährigen Mittel.

i) $T(x) = 3$

$0{,}0174x - 34{,}3937 = 3 \mid CAS$

$x \approx 2151{,}9$

41 T(x)=3 ≈ 0.0174 x − 34.3937 = 3
42 Löse($41,x) ≈ {x = 2151.8925}

Alternativ hätten Sie statt des "Löse"-Befehls zu verwenden, auf x= x≈ klicken können.

j) Die Werte der Tabelle findet man, indem man in die Funktion T und K die Jahreszahlen einsetzt.

43 Jahre:={1980,1985,1990,1995,2000,2005,2010,2015,2020} ≈ Jahre := {1980, 1985, 1990, 1995, 2000, 2005, 2010, 2015, 2020}
44 Konz:=K(Jahre) ≈ Konz := {334.0833, 343.5, 352.9167, 362.3333, 371.75, 381.1667, 390.5833, 400, 409.4167}
45 Tem:=T(Jahre) ≈ Tem := {0.013, 0.0999, 0.1868, 0.2737, 0.3605, 0.4474, 0.5343, 0.6212, 0.7081}
46 TabellenText(Jahre, Konz, Tem,"h_|")

1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020
334.0833	343.5	352.9167	362.3333	371.75	381.1667	390.5833	400	409.4167
0.013	0.0999	0.1868	0.2737	0.3605	0.4474	0.5343	0.6212	0.7081

In Funktionen kann man nicht nur Zahlen einsetzen, sondern auch Listen.
Listen kann man mit einem Name definieren (hier "Jahre", "Konz" und "Tem"). Listen stehen in geschweiften Klammern.
In der Liste "Konz" stehen dann alle Konzentrationen und in der Liste "Tem" alle Temperaturerhöhungen.
Mit dem Befehl "TabellenText" kann man die Listen auch als Tabelle übersichtlich darstellen.
Der letzte Eintrag bestimmt das Aussehen der Tabelle. "h_|" bedeutet, dass die Tabelle horizontal ausgerichtet ist und das Linien vertikal "|" und horizontal "_" gezeichnet werden sollen.

k) $Temp(x) = m \cdot x + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{T(2020) - T(1980)}{K(2020) - K(1980)}$

$\approx 0{,}0092$

$Tem(K(1980)) = T(1980)$

$0{,}0092 \cdot 334{,}0833 + b = 0{,}013 \mid CAS$

$b \approx -3{,}0695$

$Temp(x) \approx 0{,}0092x - 3{,}0695$

47 (T(2020)-T(1980))/(K(2020)-K(1980)) ✓ $\frac{T(2020) - T(1980)}{K(2020) - K(1980)}$
48 $47 → $\frac{9123}{988750}$
49 $48 ≈ 0.0092
50 $47 K(1980) + b = T(1980) → $b + \frac{12191369}{3955000} = \frac{4550000001}{350000000000}$
51 Löse($50,b) → $\left\{b = \frac{-121399539999887}{39550000000000}\right\}$
52 $51 ≈ {b = −3.0695}

Ich schreibe die Zahlen nicht aus der Tabelle ab, sondern verwende T(1980),K(1980),...
Auf diese Weise vermeide ich Rundungsfehler.

l) Die Temperaturerhöhung steigt mit 0,0092 °C pro ppm. Ohne CO_2 sagt das Modell eine Temperaturerniedrigung um ca 3 °C voraus. Das Modell hat für diesen unrealistischen Fall keine Aussagekraft mehr.

m) $Temp(500) = 0{,}0092 \cdot 500 - 3{,}0465$

$\approx 1{,}5439$

53 Temp(x):=$48 x + Ersetze(b,$52) ≈ Temp(x) := 0.0092 x − 3.0695
54 Temp(500) ≈ 1.5439

Das Modell sagt einen Temperaturanstieg um ca. 1,5 °C voraus, wenn die Konzentration von CO_2 in der Atmosphäre auf 500 ppm angestiegen sein wird.

n) $Temp(x) = 2$

$0{,}0092x - 3{,}0495 = 2 \mid CAS$

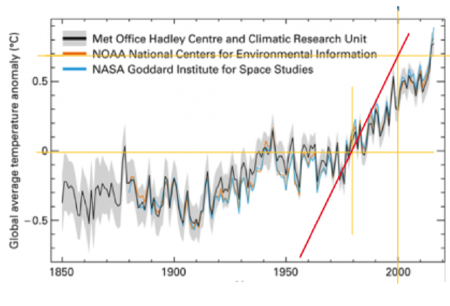
$x \approx 549{,}4$

Eine 2 °C-Erhöhung erwartet man bei einer Konzentration von 549 ppm.

55 Temp(x)=2 → $\frac{9226801517067}{1000000000000000} x - \frac{383690075853}{125000000000} = 2$
56 Löse($55,x) → $\left\{x = \frac{5069520606824000}{9226801517067}\right\}$
57 $56 ≈ {x = 549.4342}

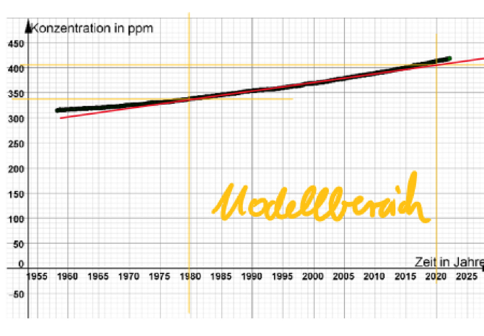
Lassen Sie sich nicht von sehr unübersichtlichen Brüchen in den Zwischenergebnissen erschrecken.
Das Rechnen übernimmt ja Geogebra.
Ers am Ende der Rechnung schalten Sie auf numerische Darstellung um und vermeiden so Rundungsfehler während der Rechnung.

o) Innerhalb der Messdaten modellieren bei Funktionen recht gut den Verlauf von Konzentration und Temperatur, ohne die Schwankungen innerhalb der Jahre zu berücksichtigen.
Der tatsächliche Verlauf der Temperaturerhöhung seit 1850 zeigt, dass das Temperaturmodell für die Vergangenheit keine Gültigkeit besitzt.



Die rote Linie zeigt das Modell für T.

Diese Bild zeigt die Werte für die globale Temperaturerhöhung, während die Aufgabe mit der Temperaturerhöhung in Mauna Loa gerechnet hat. Daher passt das Modell auch nicht perfekt in den Modellbereich.



Außerhalb des Modellbereiches weicht das Modell zur Beschreibung des zeitliche Verlaufes der Konzentration schnell vom echten Verlauf ab.
Die Daten verlaufen nicht auf einer Gerade, sondern auf einer Kurve.

Fazit: Beide Modelle sind innerhalb des Modellbereiches für eine Beschreibung des Trends geeignet.
Aussagen über den Modellbereich kann man aber nicht treffen.