Extremwertprobleme und Funktionsgraphen (Recktecksumfang)

H. Wuschke

Aufgabe B1.2 Abitur 2009

Gegeben ist die Funktion f durch die Gleichung

$$f(x) = e^{-2x+1} \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}$$

Der Graph von f ist K.

Auf dem Graphen K ist ein Punkt $P(r|s)$ mit $r > 0$ gegeben.
Durch P werden Parallelen zu den Koordinatenachsen gelegt.
Diese Parallelen und die Koordinatenachsen begrenzen ein Rechteck.
Bestimmen Sie die Koordinaten von P so, dass der Umfang dieses Rechtecks minimal wird.

Geben Sie den minimalen Umfang an.

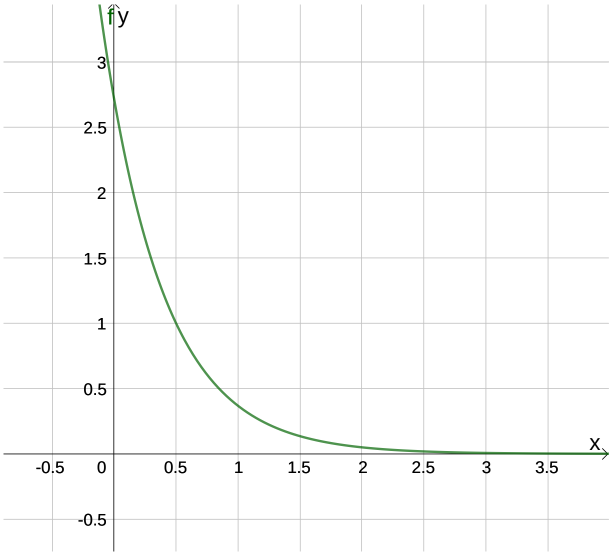

Abbildung 1: Funktionsgraph von $f(x)$

Für den Umfang des Rechtecks gilt: $U(r) = 2 \cdot r + 2 \cdot f(r) = 2 \cdot \left(r + e^{-2r+1}\right)$

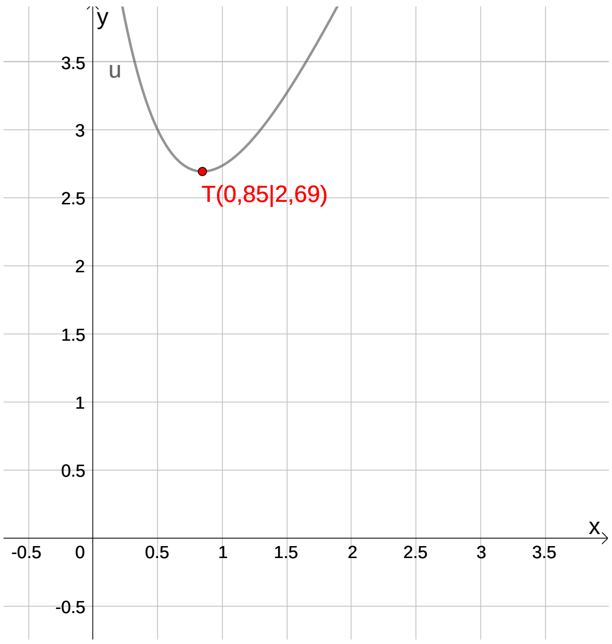

Abbildung 2: Umfangsfunktion mit Tiefpunkt

Der Tiefpunkt von $U(r)$ liegt bei $T(0,85|2,69)$, d.h. die Funktion hat einen minimalen Umfang von 2,69 LE bei $r = 0,85$.

Der Punkt P liegt bei $P(0,85|f(0,85))$ bzw. $P(0,85|0,5)$