

Problemas – Tema 1

Problemas resueltos - 11 - función exponencial y logarítmica

1. Representa gráficamente la función $f(x) = 2^x$ y la gráfica de su inversa. Además, calcula el valor de $f[f^{-1}(4)]$ y $f^{-1}[f(1/3)]$

La inversa de la exponencial de base 2 es la función logaritmo de base 2. Es decir:

$$f^{-1}(x) = \log_2(x)$$

Todas las funciones exponenciales pasan por el punto $(0, 1)$, que es el corte con el eje vertical. Como la base de la exponencial es mayor que 1, la función es estrictamente creciente. El dominio de la exponencial es toda la recta real, y su imagen es $(0, +\infty)$.

Todas las funciones logarítmicas pasan por el punto $(1, 0)$, que es el corte con el eje horizontal. Como la base del logaritmo es mayor que 1, la gráfica es estrictamente creciente. El dominio del logaritmo es y su imagen es toda la recta real.

Ambas gráficas son simétricas respecto de la recta $y = x$ porque son funciones inversas.

Cuando dos funciones inversas entre sí se componen, cancelan entre sí. Por lo tanto:

$$f[f^{-1}(4)] = 2^{\log_2(4)} = 4$$

$$f^{-1}[f(1/3)] = \log_2[2^{1/3}] = 1/3$$

