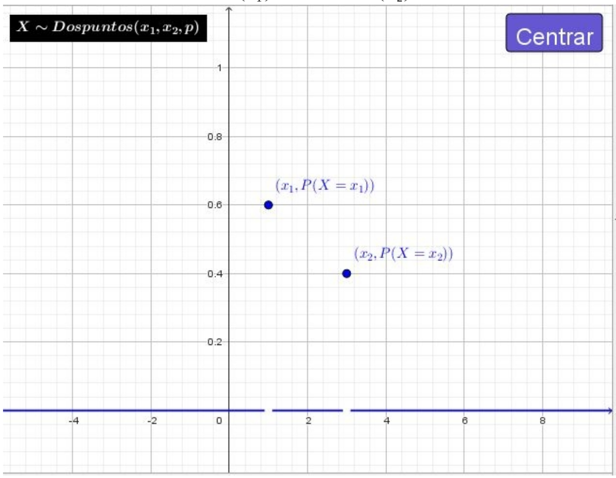
☺ Distribución dos puntos. X ~ DosPuntos(x_1, x_2, p).

Una v. a. X tiene una distribución en $x_1 \, y \, x_2 \in \mathbb{R}$, con $x_1 < x_2$ y con parámetro $p \in (0,1)$, si tiene como función de probabilidad:

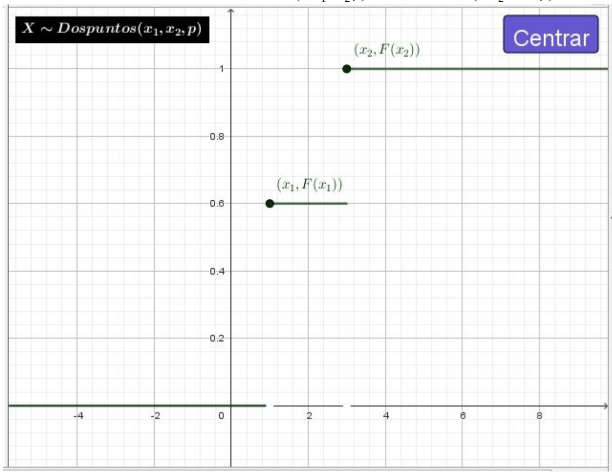
$$f_X(x) = 0 \cdot I_{\{\mathbb{R} - \{x_1, x_2\}\}}(x) + \\ +(1-p) \cdot I_{\{x_1\}}(x) + p \cdot I_{\{x_2\}}(x)$$



Ejemplo de f(x) para $x_1 = 1$ *y* $x_2 = 3$

Y cuya función de distribución es:

$$F_X(x) = 0 \cdot I_{\{(-\infty, x_1)\}}(x) + \\ +(1-p) \cdot I_{\{[x_1, x_2)\}}(x) + 1 \cdot I_{\{[x_2, +\infty)\}}(x)$$



Ejemplo de F(x) para $x_1 = 1$ *y* $x_2 = 3$

Si hacemos $p = 0$ *o* $p = 1$ *, X es una distribución degenerada en un punto (* $x_1 \, si \, p = 0, x_2 \, si \, p = 1$ *).*

Además, fácilmente se comprueba que f es una función de probabilidad.

Además

$$P(a \le X < b) = F(b) - F(a) \quad .$$

Algunos de sus parámetros o momentos destacables son:

✔ $E\{X^k\} = x_1^k \cdot (1-p) + x_2^k \cdot p \, ; \forall k \in \mathbb{N} - \{0\}$.

En particular si $k = 1, E\{X\} = x_1 \cdot (1-p) + x_2 \cdot p = \alpha$.

✔ $E\{(X-\alpha)^k\} = (x_1 - \alpha)^k \cdot (1-p) + (x_2 - \alpha)^k \cdot p \, ; \forall k \in \mathbb{N} - \{0\}$.

En particular si $k = 2, E\{(X-\alpha)^2\} = p \cdot (1-p) \cdot (x_2 - x_1)^2 = \mu_2$.

Para calcular la varianza, se utiliza la fórmula $Var(X) = E\{X^2\} - (E\{X\})^2$.

Es decir:

$$\begin{aligned} Var(X) &= x_1^2 \cdot (1-p) + x_2^2 \cdot p - (x_1 \cdot (1-p) + x_2 \cdot p)^2 = \\ &= x_1^2 - x_1^2 \cdot p + x_2^2 \cdot p - x_1^2 \cdot (1-p)^2 - x_2^2 \cdot p^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (1-p) \cdot p = \\ &= x_1^2 \cdot (1 - p - (1-p)^2) + x_2^2 \cdot (p - p^2) - 2 \cdot x_1 \cdot x_2^2 \cdot (1-p) \cdot p = \\ &= p \cdot (1-p) \cdot (x_1^2 + x_2^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2) = \\ &= p \cdot (1-p) \cdot (x_2 - x_1)^2 \end{aligned}$$

✔ $\varphi(t) = E\{e^{\hat{i} \cdot t \cdot X}\} = (1-p) \cdot e^{\hat{i} \cdot t \cdot x_1} + p \cdot e^{\hat{i} \cdot t \cdot x_2}$.