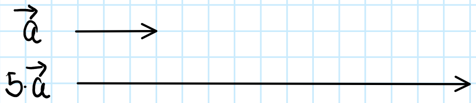
4. Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl

Graphisch



Rechnerisch

mit $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$: $\vec{b} + \vec{b} + \vec{b} + \vec{b} + \vec{b} = 5 \cdot \vec{b} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ -5 \end{pmatrix}$

Skalar

Vektor

Merke:

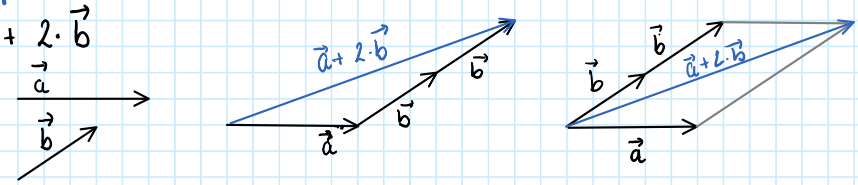
Für einen Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und eine reelle Zahl r gilt: $r \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot a_1 \\ r \cdot a_2 \\ r \cdot a_3 \end{pmatrix}$

Linearkombination:

Ein Term der Form $r_1 \cdot \vec{a}_1 + r_2 \cdot \vec{a}_2 + \dots + r_n \cdot \vec{a}_n$ nennt man eine Linearkombination der Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots \vec{a}_n$. Die reellen Zahlen $r_1, r_2, \dots, r_n$ heißen Koeffizienten.

Graphisch:

$\vec{a} + 2 \cdot \vec{b}$



Eigenschaften:

- Der Vektor $r \cdot \vec{a}$ $(r \in \mathbb{R})$ ist $|r|$-mal so lang wie der Vektor $\vec{a}$.
- Für $r > 0$ hat er dieselbe Richtung wie $\vec{a}$, für $r < 0$ hat er die Gegenrichtung von $\vec{a}$.
- $\vec{a}$ und $r \cdot \vec{a}$ sind parallel.
- Es gilt: $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$, $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$, $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ (Nullvektor! Nicht das Skalar 0)

Beispiele

1) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{5} \\ \frac{1}{6} \end{pmatrix} = \frac{1}{30} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$

Distributivgesetz!

2) $0{,}25 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 0{,}75 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = (0{,}25 + 0{,}75) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Distributivgesetz!

3) $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} - \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} = \left(\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \frac{1}{3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Assoziativgesetz

4) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$