## 7. Faktorregel

Unser Ziel ist es weiterhin für ganzrationale Funktionen

$$f: x \longmapsto a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$$

eine leichte Ableitungsregel zu finden. Dazu benötigen wir in einem zweiten Schritt die Ableitung einer Potenzfunktion mit einem Koeffizienten $f: x \longmapsto c \cdot g(x)$, wobei $g$ eine differenzierbare Funktion und $c \in \mathbb{R}$ ist. Es folgt nach der Definition:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{c \cdot g(x) - c \cdot g(x_0)}{x - x_0}$$

$$= \lim_{x \to x_0} c \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}$$

$$\overset{\text{DEF}}{=} c \cdot g'(x)$$

**MERKE**

Die Ableitung des Produktes einer Konstanten und einer Funktion, ist das Produkt der Konstanten und der Ableitungsfunktion:

$$f(x) = c \cdot g(x) \longrightarrow f'(x) = c \cdot g'(x)$$

Packen wir II.5 bis II.7 zusammen, so erhalten wir

**MERKE (Ableitung ganzrationaler Funktionen)**

Eine ganzrationale Funktion vom Grad $n$

$$f: x \longmapsto a_n \cdot x^n + \dots + a_1 x + a_0$$

besitzt als Ableitungsfunktion eine ganzrationale Funktion vom Grad $n-1$

$$f': x \longmapsto n \cdot a_n \cdot x^{n-1} + \dots + 2 \cdot a_2 \cdot x + a_1$$

Beispiel:

$$f(x) = 3x^4 + 2x + 4 \longrightarrow f'(x) = 12x^3 + 2$$

$$f(x) = 5x^2 - 4x + \frac{1}{x} \longrightarrow f'(x) = 10x - 4 - \frac{1}{x^2}$$