Teoría – Tema 8

Teoría - 5 - Obtener función inversa

Inversa de una función

Ya hemos estudiado que una función $f(x)$ admite inversa, que llamaremos $f^{-1}(x)$, si satisface la relación:

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

La imagen de $f(x)$ se convierte en el dominio de la función inversa $f^{-1}(x)$.

Existe inversa si la función es biyectiva, es decir, si la función es inyectiva y sobreyectiva. Estos son conceptos que estudiaremos el año que viene, en 2ºBachillerato. No obstante sí podemos aprender ahora cómo obtener la inversa de una función que admita dicha inversa.

En los problemas que haremos en 1ºBachillerato, si nos piden obtener la función inversa, asumiremos que existe y la obtendremos con el método que vamos a explicar a continuación. El año que viene, en 2ºBachillerato, veremos las condiciones previas que deben cumplirse para que exista $f^{-1}(x)$.

Ejemplo 1 resuelto

Obtener la función inversa de $f(x) = 2x - 3$ **.**

Hacemos el cambio de notación $f(x) = y \rightarrow y = 2x - 3$

Despejamos la variable $x \rightarrow x = \frac{y+3}{2}$.

Intercambiamos la notación de las variables → $y = \frac{x+3}{2}$.

La función inversa resulta $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$.

Efectivamente, podemos comprobamr que cumple las definiciones de composición:

$$(f \circ f^{-1})(x) = x \rightarrow f\left(\frac{x+3}{2}\right) = 2 \cdot \frac{x+3}{2} - 3 = x + 3 - 3 = x$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x \rightarrow f^{-1}(2x-3) = \frac{(2x-3)+3}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

Gráficamente dos funciones inversas entre sí cumplen que se reflejan a través de la bisectiz del primer cuadrante. Podemos comprobarlo en la siguiente imagen.

Función $f(x)=2x-3$ ***y su inversa*** $f^{-1}(x)=\frac{x+3}{2}$ ***simétricas respecto a*** $y=x$