$\boxed{11.3 \text{ Ejercicios}}$

Hallar a) $u \cdot v$, b) $u \cdot u$, c) $\|u\|^2$,
d) $(u.v).v$ y e) $u.(2v)$.

(7) $u = 2i - j + k$

a). $u \cdot v = 2(1) + (-1)(0) + (1)(-1) = 1$

b) $u.u = 2(2) + (-1)(-1) + (1)(1) = 6$

c) $\|u\|^2 = (2)^2 + (-1)^2 + (1)^2 = 6$

d) $(u.v) v = v = i - k$

e) $u.(2v) = 2(u.v) = 2$.

(10) Calcular $u.v$.
$\|u\| = 40$, $\|v\| = 25$, y el ángulo entre u y v es $5\pi/6$.

$$\frac{u \cdot v}{\|u\|\|v\|} = \cos\theta$$

$$u \cdot v = (40)(25) \cos 5\pi/6 = -500\sqrt{3}.$$

(18) Calcular el ángulo θ entre los vectores.

$u = 3i - 3j + k$.

$V = i - 2j + k$.

$$\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\|\,\|v\|} = \frac{9}{\sqrt{14}\sqrt{6}} = \frac{9}{2\sqrt{21}} = \frac{3\sqrt{21}}{14}.$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{3\sqrt{21}}{14}\right) \approx 10.9°$$

(23) Determinar si u y V son ortogonales, paralelos o ninguna de las cosas.

$u = j + 6k$, $V = i - 2j - k$

$\langle 0, 1, 6\rangle$ $\langle 1 -2, -1\rangle$.

$$\frac{C.\cancel{1}}{1} = \frac{-2}{1} \qquad -2(0) = 1$$

$$c = -2 \qquad 0 \neq 1$$

$\therefore$ No son paralelos.

$$u \cdot v = 0(1) + 1(-2) + 6(-1) = 0 - 2 - 6 = -8 \neq 0$$

$\therefore$ No son ortogonales.

(31) Encontrar los cosenos directores de u y demostrar que la suma de los cuadrados de los cosenos directores es 1.

$u = i + 2i + 2k.$

$\|u\| = 3$

$\cos\alpha = 1/3$

$\cos B = 2/3$

$\cos Y = 2/3$

$\cos^2\alpha + \cos^2 B + \cos^2 y$

$= \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)$

$= \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = \boxed{1}$

(35) Encontrar ángulos de dirección del vector.

$u = 3i + 2j - 2k.$

$u = \langle 3, 2, -2 \rangle$

$\|u\| = \sqrt{3^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{17}$

$\|u\| = \sqrt{17}.$

$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{17}} \rightarrow \alpha \approx 0.7560$ o $43.3°$

$\cos B = \frac{2}{\sqrt{17}} \rightarrow \beta = 1.0644$ o $61.0°$

$\cos y = \frac{-2}{\sqrt{17}} \rightarrow y = 2.0772$ o $119.0°$

a) Encontrar la proyección de u sobre v y
b) Encontrar la componente del vector de u ortogonal a v.

(43) $u=\langle 6,7\rangle$, $v=\langle 1,4\rangle$.

a) $W_1 = \text{Proj}_v u = \left(\dfrac{u \cdot v}{\|v\|^2}\right) v.$

$$= \frac{6(1)+7(4)}{1^2+4^2}\langle 1,4\rangle$$

$$= \frac{34}{17}\langle 1,4\rangle = \boxed{\langle 2,8\rangle}$$

b) $W_2 = u - w_1 = \langle 6,7\rangle - \langle 2,8\rangle = \boxed{\langle 4,-1\rangle}$

(49) $u = 2i + j + 2k$, $v = 3j + 4k$
$u = \langle 2,1,2\rangle$ $\quad v = \langle 0,3,4\rangle$

a) $w_1 = \text{Proj}_v u = \left(\dfrac{u \cdot v}{\|v\|^2}\right) v = \dfrac{2(0)+1(3)+2(4)}{3^2+4^2}\langle 0,3,4\rangle$

$$= \frac{11}{25}\langle 0,3,4\rangle = \left\langle 0, \frac{33}{25}, \frac{44}{25}\right\rangle$$

b) $w_2 = u - w_1 = \langle 2,1,2\rangle - \left\langle 0, \frac{33}{25}, \frac{44}{25}\right\rangle$

$$= \left\langle 2, \frac{8}{25}, \frac{6}{25}\right\rangle$$