

Teoría – Tema 3

Teoría - 14 - distancia entre puntos del plano complejo

Distancia entre puntos de un sistema cartesiano

En cualquier sistema cartesiano de referencia, con dos ejes perpendiculares entre sí, la distancia entre dos puntos de coordenadas $A(x_A, y_A)$ y $B(x_B, y_B)$ viene dada por el módulo del vector formado por ambos puntos.

$$\vec{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

$$d(A, B) = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Si hablamos de números complejos de coordenadas $z_1(a_1, b_1)$ y $z_2(a_2, b_2)$, la distancia entre ambos será igualmente:

$$d(z_1, z_2) = \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2}$$

Si conociéramos el ángulo que forman los dos radio-vectores de sendos valores complejos, podríamos aplicar el Teorema del coseno sobre el triángulo formado por ambos puntos y el origen de coordenadas.

Ejemplo 1 resuelto

La siguiente imagen del plano complejo muestra un cuadrado centrado en el origen de coordenadas.

Obtener la distancia del lado del cuadrado.

Las coordenadas de los puntos vienen dadas en forma polar. El radio de la circunferencia que circunscribe al cuadrado es 3, por lo que el módulo de los puntos complejos representados por A, B, C y D vale 3.

El ángulo entre los radio-vectores de dos vértices consecutivos es de 90° . Aplicando el Teorema del coseno al triángulo formado por los puntos OAB tendremos:

$$[d(A, B)]^2 = [d(O, A)]^2 + [d(O, B)]^2 - 2 \cdot d(O, A) \cdot d(O, B) \cdot \cos(90^\circ)$$

$$[d(A, B)]^2 = [d(O, A)]^2 + [d(O, B)]^2 \rightarrow \text{ya que } \cos(90^\circ) = 0$$

$$[d(A, B)]^2 = 3^2 + 3^2 \rightarrow d(A, B) = \sqrt{18} \text{ u}$$

