

13.4 Ejercicios

• Hallar la diferencial total.

① $z = 2x^2y^3$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$dz = 4xy^3 dx + 6x^2y^2 dy$$

⑤ $z = x \cos y - y \cos x$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$dz = (\cos y + y \sin x) dx + (-x \sin y - \cos x) dy$$

$$dz = (\cos y + y \sin x) dx - (x \sin y + \cos x) dy$$

• Evaluar ^{a)} $f(2,1)$ y $f(2.1, 1.05)$ y calcular Δz , ^{b)} usar el diferencial total dz para aproximar Δz .

⑬ $F(x,y) = 16 - x^2 - y^2$

$$\begin{aligned} a) \quad F(2,1) &= 16 - (2)^2 - (1)^2 & F(2.1, 1.05) &= 16 - (2.1)^2 - (1.05)^2 \\ &= 16 - 4 - 1 = \boxed{11} & &= 16 - 4.41 - 1.1025 \\ & & &= \boxed{10.4875} \end{aligned}$$

$$\Delta z = F(2.1, 1.05) - F(2.1) = -0.5125$$

$$\begin{aligned} b) \quad dz &= \frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y \\ &= 2(2)(0.1) - 2(1)(0.05) = -0.5 \approx \Delta z \end{aligned}$$

(31) Volumen El radio r y la altura h de un cilindro circular recto se miden con posibles errores de 4 y 2%, respectivamente. Aproximamos el máximo error porcentual posible al medir el volumen.

$$V = \pi r^2 h \rightarrow dv = (2\pi r h) dr + (\pi r^2) dh$$

$$\frac{dv}{V} = 2 \frac{dr}{r} + \frac{dh}{h} = 2(0.04) + (0.02)$$

$$= 0.10 \times 100$$

$$= 10\%$$