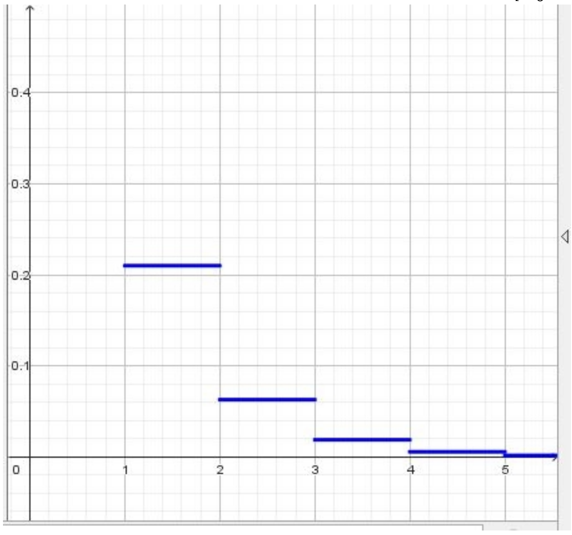
☺ Distribución Geométrica. X ~ Geo(p).

Una v. a. X tiene distribución Geométrica Binomial de parámetros $p \in (0,1)$. Siendo $q=1-p$ si tiene como función de probabilidad: $f_X(x)=$ Y cuya función de distribución es: $F_X(x)=$

$=0 \cdot I_{\{\mathbb{R}-\mathbb{N}\}}(x)+p \cdot q^x I_{\{\mathbb{N}\}}(x)$

$$=0 \cdot I_{\{(-\infty,0)\}}(x)+\sum_{i=0}^{[x]} f(i) \cdot I_{\{[0,+\infty)\}}(x)$$



Ejemplo de f(x) para p=0,7 .

Este tipo de variables se utilizan cuando tenemos que realizar una sucesión de pruebas de Bernoulli, es decir, experimentos donde el resultado puede ser éxito o fracaso, y la v. a. representa el número total de fracasos x, antes de conseguir 1 éxito.

Si $X \sim Geo(p) \Rightarrow X \sim BiNe(1,p)$.

Por otra parte, teniendo en cuenta que para cualquier $q \in (0,1) \Rightarrow \sum_{i=0}^{+\infty} q^i = \frac{1}{1-q}$, se cumple:

$$\sum_{i=0}^{+\infty} p \cdot q^i = p \cdot \frac{1}{1-q} = \frac{p}{p} = 1$$

Además

$$P(a \leq X < b) = F(b) - F(a) \quad .$$

Algunos de sus parámetros o momentos destacables son:

- ✔ $E\{X^k\} = \sum_{i=0}^{+\infty} i^k \cdot f(i) = \sum_{i=0}^{+\infty} i^k \cdot p \cdot q^i ; \forall k \in \mathbb{N}-\{0\}$

  Teniendo en cuenta que $X \sim BiNe(1,p)$. Para $k=1$, Se cumple:

  $$E\{X\} = \frac{q}{p}$$

- ✔ $E\{(X-\alpha)^k\} = \sum_{i=0}^{n} (i-E\{X\})^k \cdot f(i) = \sum_{i=0}^{n} \left(i - \frac{q}{p}\right)^k \cdot p \cdot q^i ; \forall k \in \mathbb{N}-\{0\}$.

  Teniendo en cuenta que $X \sim BiNe(1,p)$. Para $k=2$, Se cumple:

  $$E\{(X-\alpha)^2\} = \frac{q}{p^2} = \mu_2$$

✔ $\phi_X(t)=E\{e^{X\cdot t\cdot \hat{\imath}}\}=\dfrac{p}{1-(1-p)\cdot e^{t\cdot \hat{\imath}}}$