

Problemas – Tema 9

Problemas resueltos - 7 - ecuación general del plano - parte 2 de 2

1. Pasar el plano $\Pi: x + 2z - 3 = 0$ a paramétrica y obtener dos vectores linealmente independientes y paralelos al plano.

Como y no aparece en la ecuación general, esta incógnita debe ser uno de los parámetros libres:

$$y = \alpha$$

$$z = \beta$$

La ecuación en paramétrica queda $\Pi: \begin{cases} x = 3 - 2\beta \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{cases}$

Sabemos que los coeficientes que multiplican a los parámetros libres en la ecuación paramétrica, forman dos vectores linealmente independientes y paralelos al plano. Por lo tanto:

$$\vec{u} = (0, 1, 0) \rightarrow \text{coeficientes que multiplican a } \alpha$$

$$\vec{v} = (-2, 0, 1) \rightarrow \text{coeficientes que multiplican a } \beta$$

2. Obtener los puntos de corte A, B, C del plano $\Pi: x-2y+2z-4=0$ con los ejes de coordenadas. Comprobar que los vectores \vec{AB} y \vec{AC} son linealmente independientes.

Pasamos de general a ecuación canónica.

$$\Pi: x-2y+2z-4=0 \rightarrow x-2y+2z=4 \rightarrow x/4-2y/4+2z/4=1$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1 \rightarrow \text{Cortes con los ejes: } A(4,0,0) \text{ , } B(0,-2,0) \text{ , } C(0,0,2)$$

Calculamos vectores:

$$\vec{AB} = (-4, -2, 0) \text{ , } \vec{AC} = (-4, 0, 2)$$

Dividiendo las componentes respectivas, apreciamos claramente que son independientes (no son proporcionales).

$$\frac{-4}{-4} \neq \frac{-2}{0} \neq \frac{0}{2}$$

Un comentario. Al comprobar si dos vectores son proporcionales, si en el denominador aparece 0, no debemos entenderlo como un absurdo matemático. Es una forma de representar el factor de proporción entre las componentes.

3. Escribir la ecuación de un plano que pase por el punto $A(1,2,3)$ y que sea perpendicular al vector $\vec{u}=(1,0,1)$.

El vector perpendicular al plano es el vector característico:

$$\vec{u}_{\Pi}=(1,0,1)=(A, B, C)$$

Y con el vector característico sabemos el valor de los coeficientes A, B, C de la ecuación general del plano. En consecuencia:

$$\Pi: x+z+D=0$$

¿Cómo obtener el término independiente D de la ecuación general?

Usando el dato del punto $A(1,2,3)$ perteneciente al plano.

Si un punto pertenece a un plano, satisface la ecuación del plano:

$$1+3+D=0 \rightarrow D=-4$$

Y la ecuación general del plano resulta:

$$\Pi: x+z-4=0$$

Este ejercicio ha sido un problema de aplicación de la famosa frase: "Puedo dibujar un plano con un punto del plano y con vector perpendicular al plano".