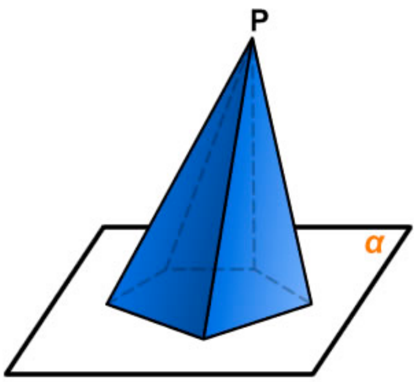
PIRÂMIDE

DEFINIÇÃO:

Dados um polígono qualquer contido em um plano e um ponto P fora deste plano, chama-se Pirâmide a reunião de todos os segmentos que tem uma extremidade no ponto P e a outra extremidade em um ponto qualquer do polígono.



ELEMENTOS DA PIRÂMIDE:

Vértice da Pirâmide: é o ponto P dado

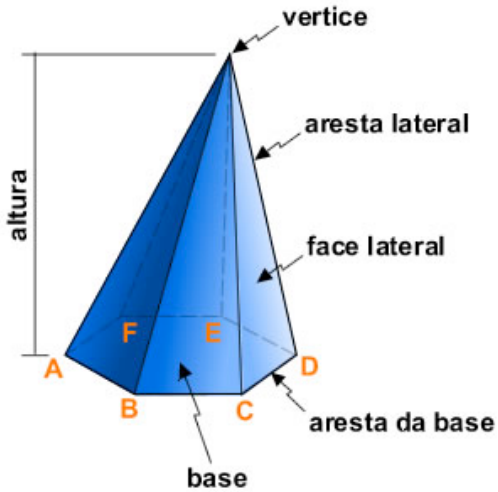
Base: é o polígono

Altura: é a distância do vértice ao plano da base

Aresta Lateral: é o segmento que vai do vértice a cada vértice do polígono da base

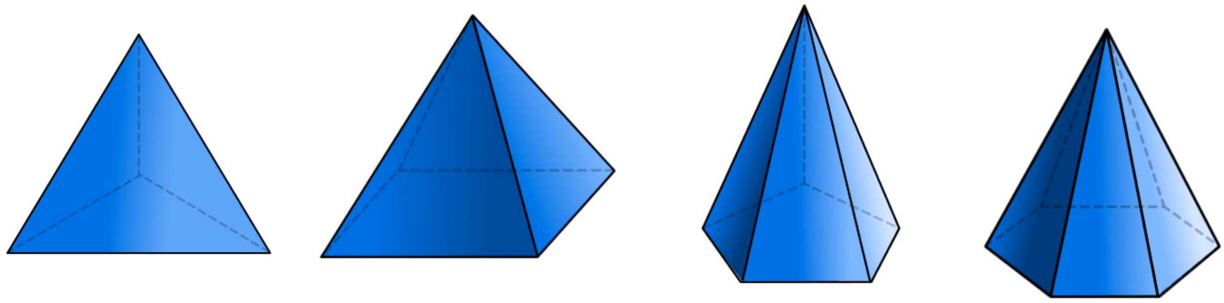
Face Lateral: são os triângulos formados pelo ponto P e por dois vértices consecutivos da base.

Aresta da Base: são os lados do polígono da base



NOMENCLATURA:

A pirâmide recebe o nome de acordo com o polígono da base:
Pirâmide triangular (base é um triângulo), pirâmide quadrangular (base é um quadrado), pirâmide pentagonal (base é um pentágono etc)

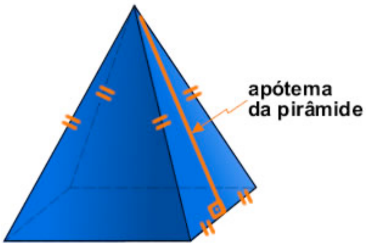


PIRÂMIDE REGULAR:

É uma pirâmide cuja base é um polígono regular e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base. Numa pirâmide regular as arestas laterais são congruentes e as faces laterais são triângulos isósceles congruentes.
Exemplo

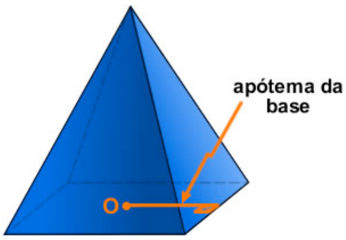
APÓTEMA DA PIRÂMIDE:

É o segmento que une o vértice da pirâmide ao ponto médio de qualquer um dos lados do polígono da base. Como na pirâmide regular, as faces laterais são formadas por triângulos isósceles, o apótema da pirâmide é a altura desses triângulos em relação à base.



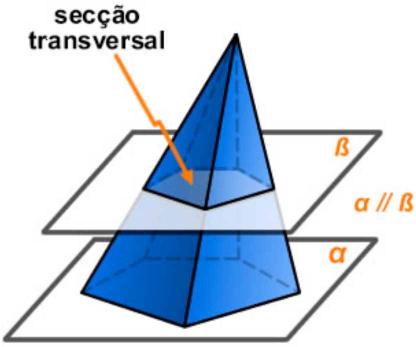
APÓTEMA DA BASE:

É o segmento que une o centro de um polígono regular ao ponto médio de qualquer um de seus lados.



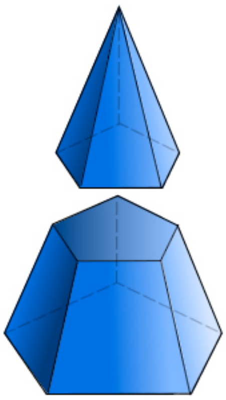
SECÇÃO TRANSVERSAL DA PIRÂMIDE:

É a intersecção (não vazia) de uma pirâmide com qualquer plano paralelo às bases.



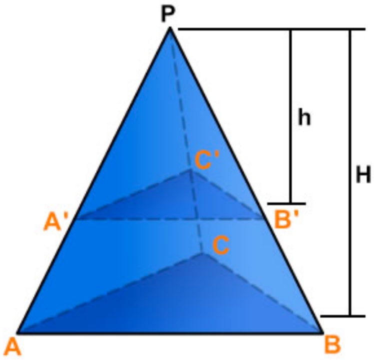
TRONCO DA PIRÂMIDE:

Quando um plano paralelo à base secciona uma pirâmide obtemos uma nova pirâmide com altura menor que a original e um tronco de pirâmide.



TEOREMA:

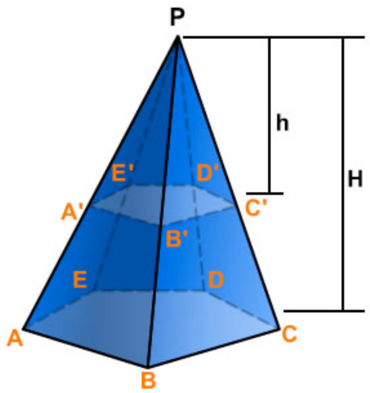
Em uma pirâmide triangular a secção transversal é um triângulo semelhante ao triângulo da base. Se a altura da pirâmide é **H** e a distância de seu vértice ao plano da seção transversal é **h**, a razão de semelhança desses triângulos é k= $\frac{h}{H}$.



Na figura acima, temos $\Delta ABC : \Delta A'B'C'$, portanto podemos escrever:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{h}{H}$$

Este teorema pode ser estendido para pirâmides de bases quaisquer. Supondo que A'B'C'D'E' seja uma secção transversal da pirâmide abaixo, temos:



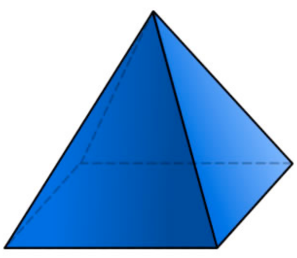
$$\frac{PA'}{PA} = \frac{PB'}{PB} = \ldots = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \ldots = \frac{h}{H}$$

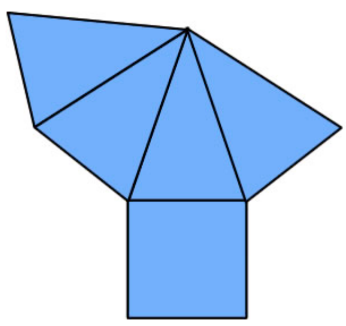
Estendemos ainda este teorema, pois como a razão entre as áreas de polígonos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança, se S' e S representam a área da secção transversal e a área da base, temos então que:

$$\frac{S'}{S} = \frac{h^2}{H^2}$$

Se V' e V representam o volume da pirâmide menor e maior, respectivamente , verificamos que a razão entre os volumes da pirâmide menor e da pirâmide maior é: $\frac{V'}{V} = \frac{h^3}{H^3}$

PLANIFICAÇÃO DA PIRÂMIDE:



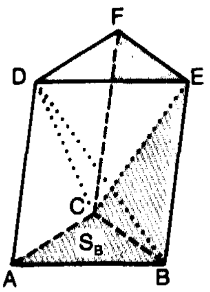


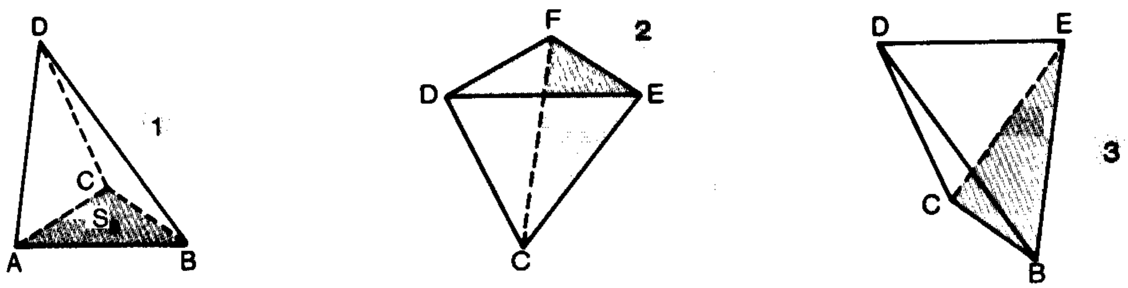
ÁREA LATERAL:
É a soma das áreas de todas as faces laterais da pirâmide.

ÁREA TOTAL:
É a soma das áreas lateral e área da base.

VOLUME:

Na figura é mostrado um prisma triangular ABCDEF que foi decomposto em três pirâmides triangulares (tetraedros) equivalentes entre si (de volumes iguais).
Tetraedro 1: obtido cortando o prisma pelo plano ACE
Tetraedro 2: obtido cortando o prisma pelo plano CDE
Tetraedro 3: obtido cortando o prisma pelo plano BCD





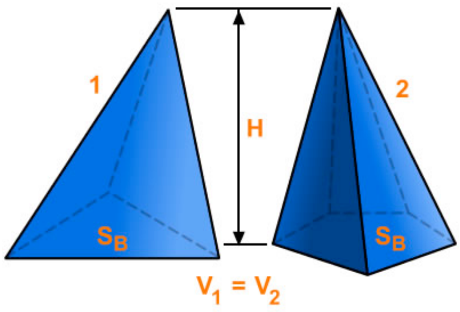
As pirâmides 1 e 2 têm volumes iguais,pois as bases ABC e DEF tem áreas iguais, e ambas as pirâmides têm alturas iguais.

As pirâmides 2 e 3 tem bases FEC e BCE, que têm áreas iguais, pois a área de cada um desses triângulos é a metade da área da face BCFE do prisma. Além disso, estas 2 pirâmides têm alturas iguais (distância do vértice D ao plano da face BCFE do prisma).

Concluímos que $V_1 = V_2 = V_3$, assim:

$$V_1 = V_2 = V_3 = \frac{1}{3} S_B \cdot H$$

Esta fórmula pode ser facilmente generalizada para pirâmides com quaisquer tipos de bases. Vejamos na figura a seguir, onde são mostradas uma pirâmide qualquer e uma pirâmide triangular com a mesma altura H e cujas bases tenham a mesma área S_B.
Portanto as duas pirâmides têm volumes iguais.



CURIOSIDADES

O maior sólido geométrico feito pelo homem na Antiguidade é a Pirâmide de Quéops no Egito, e foi construída no século XXV a.C.

Esta construção é uma das sete maravilhas do Mundo e chegou quase intacta aos nossos dias.

Tem 147 metros de altura e a base quadrada tem de lado 230 metros. Foi feita com mais de dois milhões de blocos de pedra, pesando cada um deles, em média, 2,5 toneladas.

Fonte: http://cantinhodamatematica.googlepages.com/solidosgeom%C3%A9tricos