AB 4: Übungen zur Streckung in y-Richtung – Lösungen

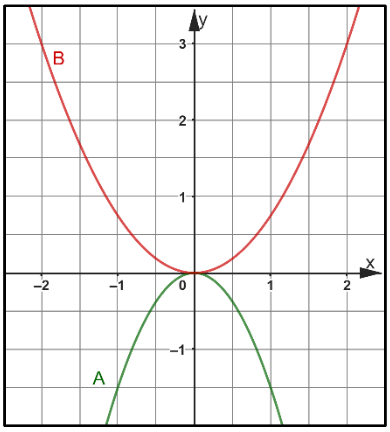
Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^2$ ist eine Parabel, die durch eine Streckung mit dem Faktor a in y-Richtung aus der Normalparabel hervorgeht. Ist a negativ, wird die Parabel zusätzlich an der x-Achse gespiegelt.

Ziel: Festigung und Vertiefung dieser Inhalte.

Beispiel: Die Funktionsgleichung aus dem Graphen bestimmen, einen Graphen zeichnen

a) Abgebildet sind die Parabeln A und B. Sie sind die Graphen der Funktionen f und g mit Gleichungen der Form $f(x) = a \cdot x^2$ bzw. $g(x) = a \cdot x^2$. Bestimme die Funktionsgleichungen.

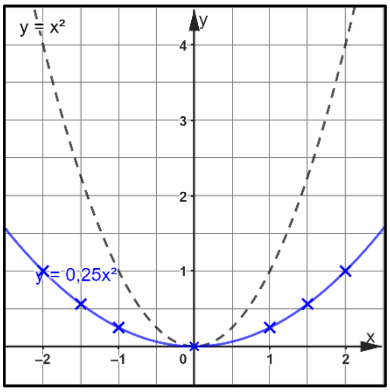
b) Zeichne für $-2{,}5 \leq x \leq 2{,}5$ eine Parabel mit der Gleichung $y = 0{,}25 \cdot x^2$ ins Koordinatensystem.



Vorgehensweise:

a) Für A: An der Stelle x = 1 ist der y-Wert $f(1) = a \cdot 1^2 = -1{,}5$.
Also ist $a = -1{,}5$ und $f(x) = -1{,}5 \cdot x^2$.
Für B: An der Stelle x = 1 ist der y-Wert $f(1) = 0{,}75$, aber das kann man nicht so genau ablesen. Aber man erkennt genau:
Es ist $f(2) = a \cdot 2^2 = 4a = 3$. Also ist $a = \frac{3}{4}$ und $g(x) = \frac{3}{4} \cdot x^2$.

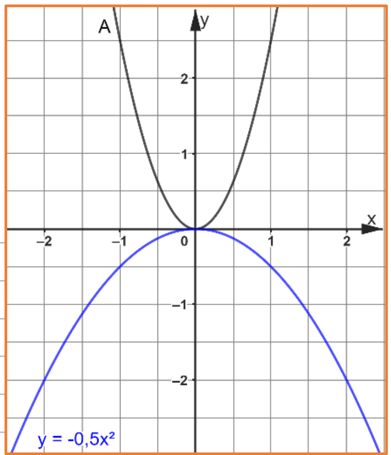
b) Man skizziert die Normalparabel mit der Gleichung $y = x^2$.
An jeder Stelle x ist der y-Wert der gesuchten Parabel nur ein Viertel so groß und so werden entsprechende Kreuze markiert. Diese verbindet man zu einer Parabel.
Alternativ kann man auch eine Wertetabelle erstellen.



Aufgabe

1 Abgebildet ist die Parabel A. Sie ist der Graph der Funktion f einer Gleichung der Form $f(x) = a \cdot x^2$.
Bestimme die Funktionsgleichung.

2 Zeichne für $-2 \leq x \leq 2$ eine Parabel mit der Gleichung $y = -0{,}5 \cdot x^2$ ins Koordinatensystem von Aufgabe 1.



1 An der Stelle $x = 1$ ist der y-Wert $f(1) = a \cdot 1^2 = 2{,}5$.

Also ist $a = 2{,}5$ und $f(x) = 2{,}5 \cdot x^2$.

2 siehe im KOS.

optional: Wertetabelle (nur positive Werte wegen Achsensymmetrie)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	0	-0,125	-0,5	-1,125	-2	-3,125

Beispiel: Punktprobe durchführen

Prüfe für die Punkte P(-2|-6) und Q(0,5|-0,25), ob sie auf dem Graphen der Funktion f mit $f(x) = -1{,}5x^2$ liegen.

Vorgehensweise:
Man setzt die x-Koordinate des Punktes in die Funktionsgleichung von f ein und überprüft, ob sich als Funktionswert die y-Koordinate des Punktes ergibt.
Für P(-2|-13,5): f(-2) = -1,5 · $(-2)^2$ = -1,5 · 4 = -6 = -6. P liegt also auf dem Graphen von f.
Für Q(0,5|-0,25): f(0,5) = -1,5 · $0{,}5^2$ = -1,5 · 0,25 = -0,375 ≠ -0,25. Q liegt nicht auf dem Graphen.

Aufgabe

3 Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = -x^2$ und $g(x) = 2x^2$.
Prüfe, ob der Punkt P(-3|9) auf dem Graphen von f bzw. Q(2|8) auf dem Graphen von g liegt.

3 Für P: f(-3) = $-(-3)^2 = -9 \neq 9$.
P liegt also nicht auf dem Graphen von f.
Für Q: g(2) = $2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 4 = 8 = 8$.
Q liegt also auf dem Graphen von g.

Beispiel: Die Funktionsgleichung aus der Angabe eines Punktes auf der Parabel bestimmen

Eine in y-Richtung gestreckte Parabel hat den Scheitel S(0|0). Außerdem liegt der Punkt P(1,5|-9) auf der Parabel.
Bestimme eine Gleichung der Parabel.

Vorgehensweise:
Da die Parabel in y-Richtung gestreckt ist und den Scheitel S(0|0) hat, hat ihre Gleichung die Form $y = a \cdot x^2$. Die Koordinaten von P(1,5|-9)

Ansatz:	$a \cdot x^2$	=	y	
	$a \cdot 1{,}5^2$	=	-9	
	$a \cdot 2{,}25$	=	-9	| :2,25
	a	=	-4	

Gleichung: $y = -4x^2$.

Aufgabe

4 Eine in y-Richtung gestreckte Parabel hat den Scheitel S(0|0). Außerdem liegt der Punkt P auf der Parabel. Bestimme eine Gleichung der Parabel für a) P(3|6); b) P(-2|-6).

4 a) Ansatz: $a \cdot x^2 = y$
$a \cdot 3^2 = 6$
$a \cdot 9 = 6$ |:9
$a = \frac{2}{3}$
$y = \frac{2}{3} \cdot x^2$

b) Ansatz: $a \cdot x^2 = y$
$a \cdot (-2)^2 = -6$
$a \cdot 4 = -6$ |:4
$a = -1{,}5$
$y = -1{,}5 \cdot x^2$