Chalmers: Arkitektur och teknik, Automation och mekatronik, Elektroteknik, Kemiteknik med fysik, Teknisk fysik, Teknisk matematik

KTH: Design och produktframtagning, Elektroteknik, Farkostteknik, Maskinteknik, Materialdesign, Teknisk fysik, Teknisk matematik

SU: Kandidatprogrammen i astronomi, i fysik, i meteorologi, samt Sjukhusfysikerprogrammet

GU: Kandidatprogrammen i fysik, samt i matematik

Antagningsprov 2024 - MATEMATIK - SVAR

A.

1b
2b
3c
4d
5c
6c
7b
8a
9b
10c
11a
12c
13a
14d
15a
16b
17b
18d
19b
20b

B.

21: $-\frac{10}{7}$;

22: $-\sqrt{23}$;

23: $\frac{32}{15}$;

24: $-\frac{1}{2}e^{-4}+\frac{1}{2}-2\ln 3+3\sin\frac{2}{3}$;

25: -1;

26: $\frac{\pi}{4}$;

27: -15;

28: $\frac{7\sqrt{95}}{12}$ l.e.;

29: $\frac{rd}{R-r}$ l.e.;

30: d^2-a^2 a.e..

C. *Lösning:* Vi börjar med att bestämma definitionsmängden för vänsterledet. Det krävs att uttrycken under båda rottecknen är icke-negativa. Vi behöver lösa olikheterna $4x - 3 - x^2 \geq 0$ samt $7x - 10 - x^2 \geq 0$. Vi har

$$4x - 3 - x^2 = -(x-1)(x-3) \geq 0, \text{ vilket är ekvivalent med } 1 \leq x \leq 3,$$

och

$$7x - 10 - x^2 = -(x-2)(x-5) \geq 0, \text{ vilket är ekvivalent med } 2 \leq x \leq 5.$$

Definitionsmängden för vänsterledet är alltså mängden av alla x som uppfyller $2 \leq x \leq 3$.

För att efter kvadrering få en olikhet ekvivalent med den vi har behöver vi säkerställa att båda leden har samma tecken. Vi flyttar därför först över den andra roten till högerledet

$$\sqrt{4x - 3 - x^2} \geq 1 + \sqrt{7x - 10 - x^2} \ (\geq 0),$$

och kvadrerar därefter

$$4x - 3 - x^2 \geq 1 + 7x - 10 - x^2 + 2\sqrt{7x - 10 - x^2}.$$

Den olikheten är ekvivalent med den givna. Vi flyttar över till vänsterledet alla termer utom den som innehåller ett rottecken och får

$$6 - 3x \geq 2\sqrt{7x - 10 - x^2}.$$

Efersom det nya högerledet är icke-negativt måste eventuella lösningar uppfylla $6 - 3x \geq 0$, det vill säga $x \leq 2$. Eftersom lösningarna dessutom måste tillhöra definitionsmängden får vi att det enda tal som kan komma ifråga som lösning är $x = 2$. Vi kontrollerar om det är en lösning genom att sätta in $x = 2$ i den ursprungliga olikheten

$$\sqrt{8 - 3 - 4} - \sqrt{14 - 10 - 4} = \sqrt{1} - \sqrt{0} = 1,$$

det vill säga $x = 2$ är en lösning.

Den givna olikheten har alltså en enda lösning och den är $x = 2$.