

A4 : Signe d'une fonction.

I/ Définition :

Pour toute fonction $f(x)$ définie sur un intervalle, on entend par signe de la fonction, le signe (donc + ou -) des valeurs de f dont on souhaite connaître l'évolution en fonction de x .

Exemple par le calcul :

Soit la fonction f définie sur $[-5 ; 2]$ par : $f(x) = 2x + 6$:

Voici son tableau de valeurs :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-4	-2	0	2	4	6	8	10

Les valeurs négatives de $f(x)$ sont -4 et -2, elles sont pour $x = -5$ et $x = -4$. La fonction est égale à 0 pour $x = -3$ (donc -3 est une racine de la fonction). Ensuite les valeurs positives de la fonctions sont 2, 4, 6, 8 et 10 ce qui arrive pour les valeurs de x à partir de -2 jusqu'à 2.

Nous dirons donc que la fonction :

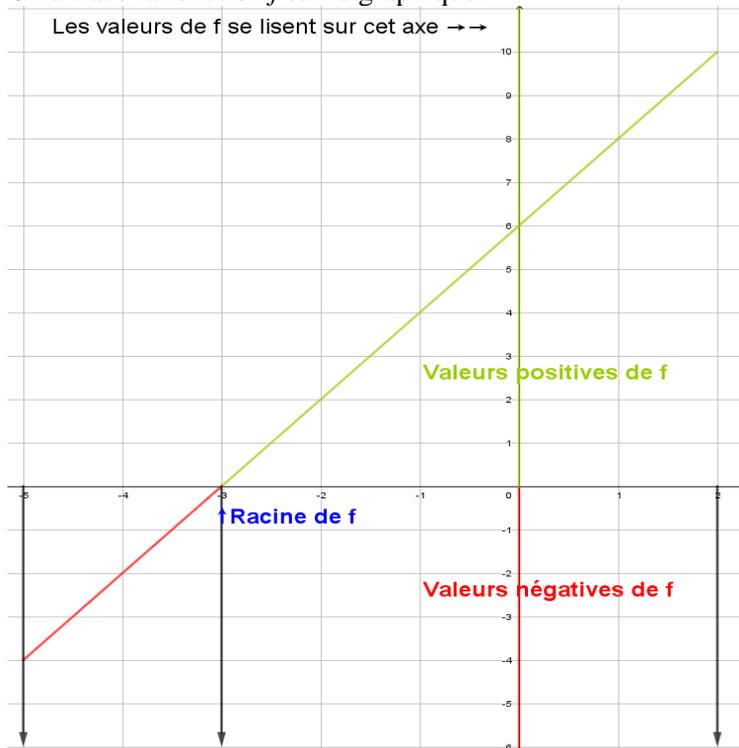
- est strictement négative sur l'intervalle $[-5 ; -3[$
- s'annule pour $x = -3$
- est strictement positive sur l'intervalle $] -3 ; 2]$

Ce qui se traduit par le tableau suivant :

x	-5	-3	2
$f(x)$	-	0	+

Exemple graphique :

On a tracé la fonction f sur le graphique.



f est donc négative sur l'intervalle $[-5 ; -3]$

f est donc positive sur l'intervalle $[-3 ; 2]$

II/ Méthodes de calculs :

Rappel sur les fonctions affines :

Nous savons que pour les fonctions affines (les droites) il suffit de déterminer la valeur du coefficient directeur m ainsi que l'ordonnée à l'origine p . Ensuite on sait que :

- La racine est : $\frac{-p}{m}$
- Si $m > 0$, la fonction est croissante, donc les signes sont - puis +.
- Si $m < 0$, la fonction est décroissante, donc les signes sont + puis - .

Rappel de collègue, la règle des signes :

Un produit de deux nombres de signe identiques est positif.

Donc $- \times -$ ou $+ \times +$ donnent +.

Un produit de deux nombres de signe différents est négatif.

Donc $- \times +$ ou $+ \times -$ donnent -.

A l'aide de ces deux rappels on peut déterminer facilement le signe de fonctions comme celle-ci :

$$f(x) = (2x + 6)(-7x + 3)$$

Pour $2x + 6$: $m = 2$ $p = 6$ donc : $racine = \frac{-6}{2} = -3$ et $2 > 0$ donc le signe sera - puis + .

Pour $7x - 3$: $m = -7$ $p = -3$ donc : $racine = \frac{-(-3)}{-7} = \frac{3}{-7}$ et $-7 < 0$ donc le signe sera + puis - .

On peut résumer nos résultats dans le tableau suivant :

x	$-\infty$	-3	$\frac{3}{7}$	$+\infty$
$2x + 6$		- 0	+ +	+
$-7x + 3$		+ +	+ 0	-
$(2x + 6)(-7x + 3)$		- 0	+ 0	-

Signe d'une fonction affine (obtenu au-dessus)

Application de la règle des signes