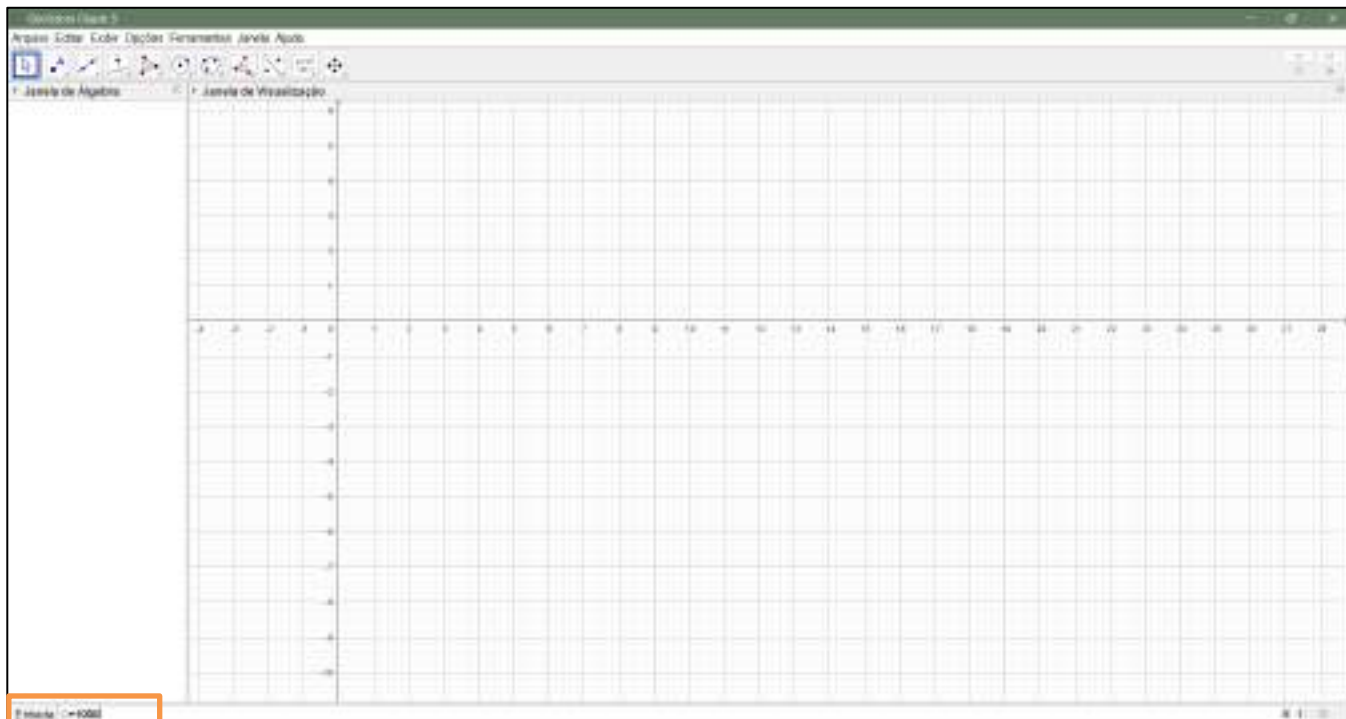


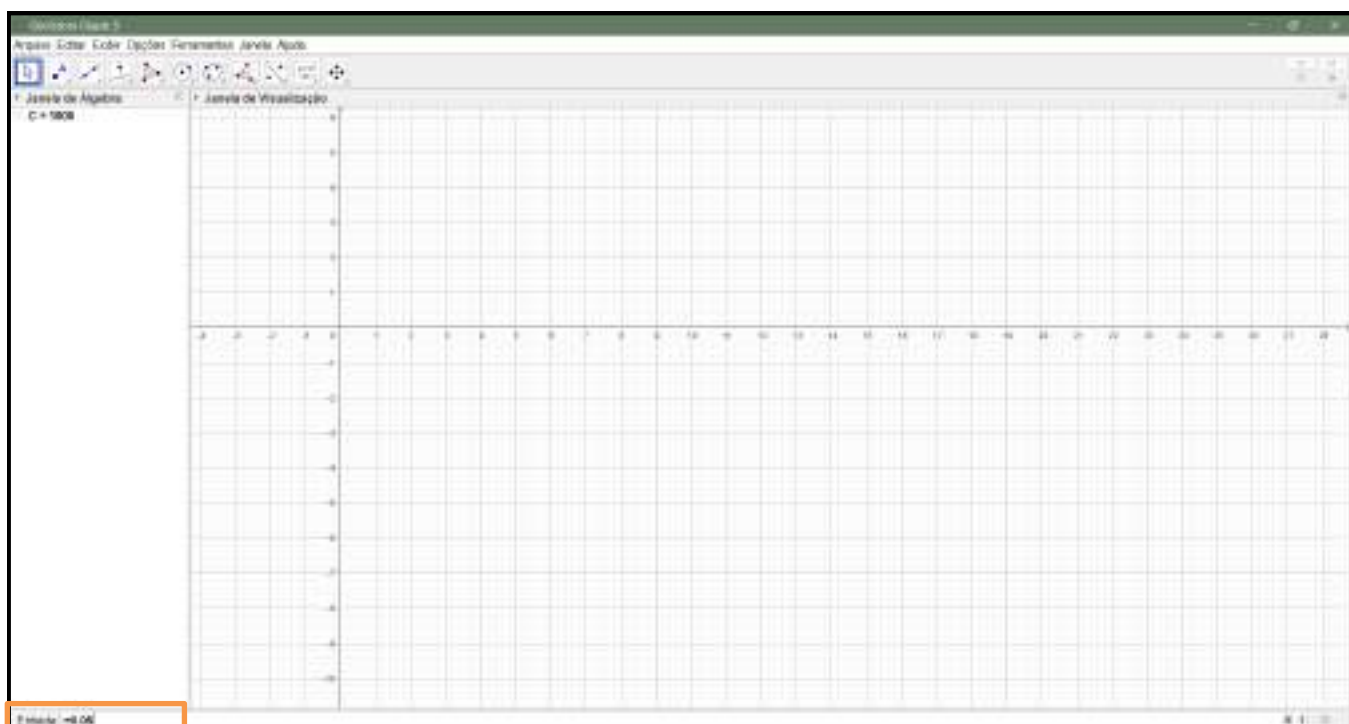
JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

Roteiro da construção básica para a Oficina 4

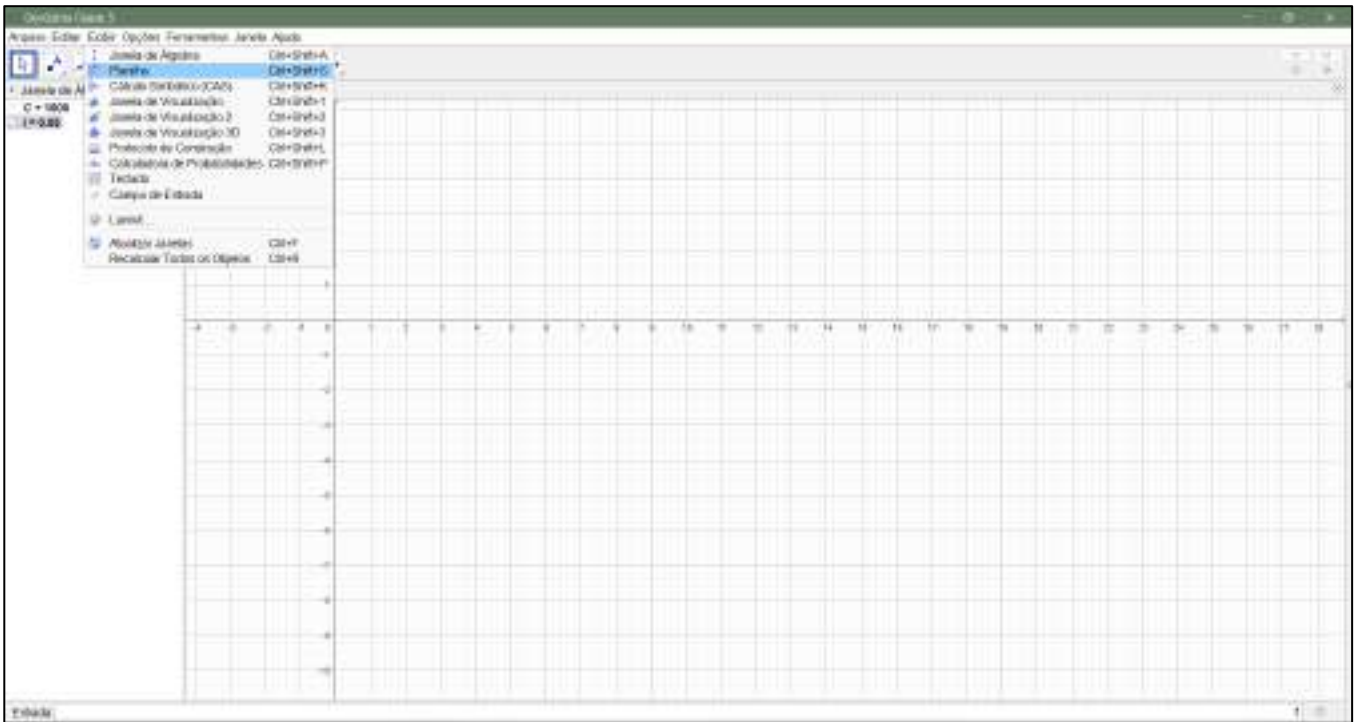
- (1) Nesta construção vamos utilizar o GeoGebra Clássico 5. No Campo de Entrada, digite **C=1000** e dê **< Enter >**.



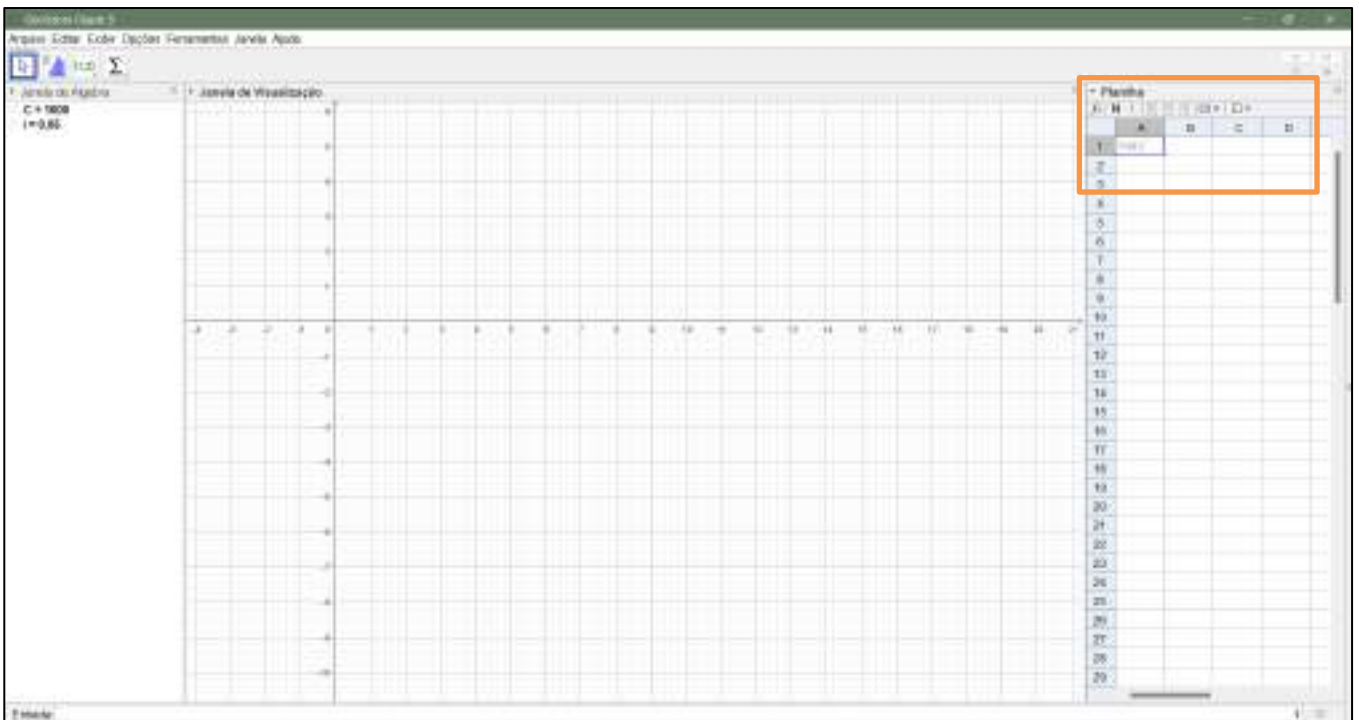
- (2) No Campo de Entrada, digite **i=0.05** e dê **< Enter >**.



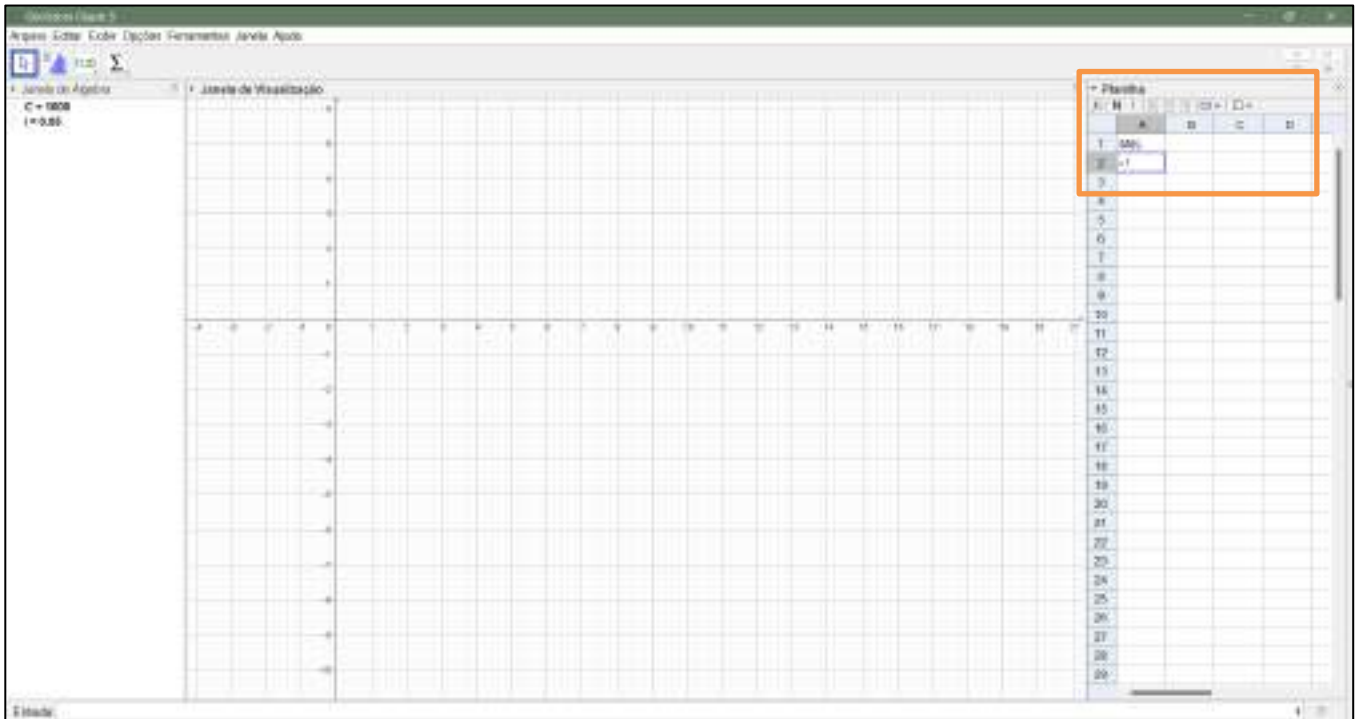
(3) Na Barra de Menus, clique em Exibir e depois em Planilha.



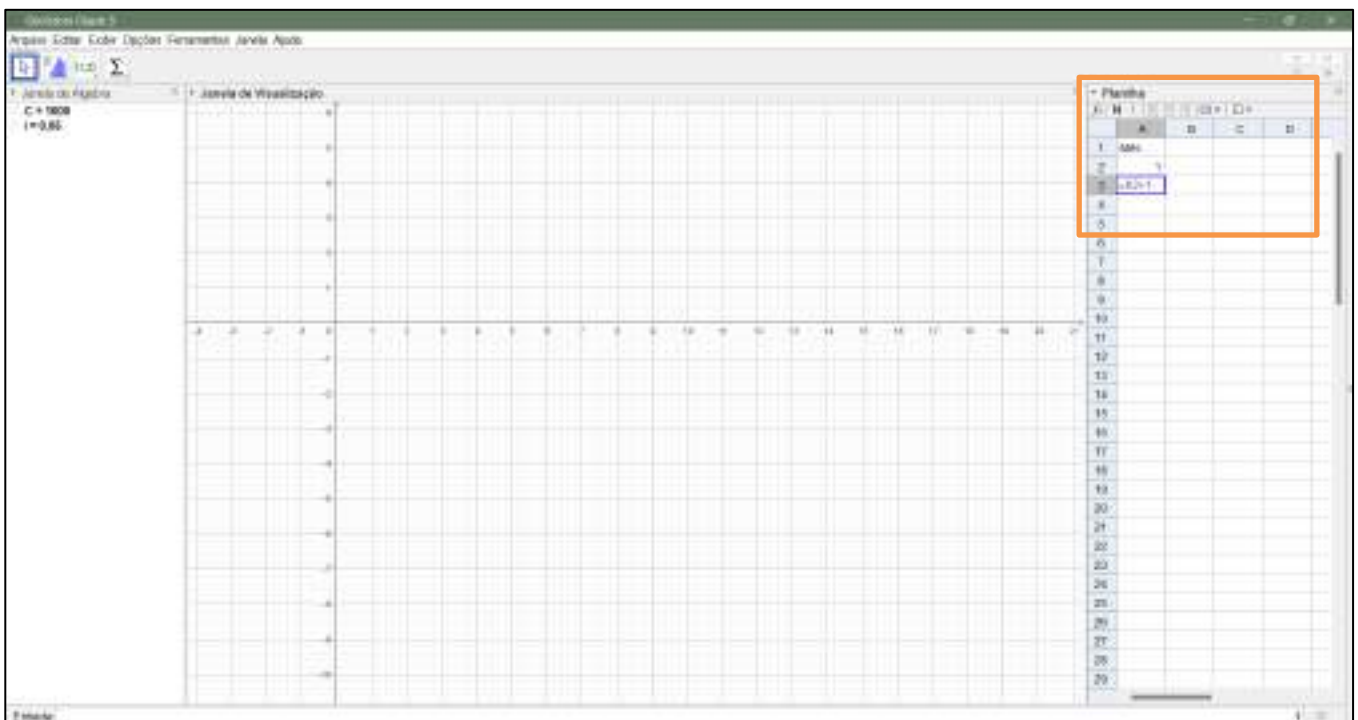
(4) Vamos criar uma tabela para calcular o montante de uma aplicação sob juros simples. Na coluna Planilha que se abre, na célula A1, digite “Mês” (entre aspas mesmo) e dê < **Enter** >.



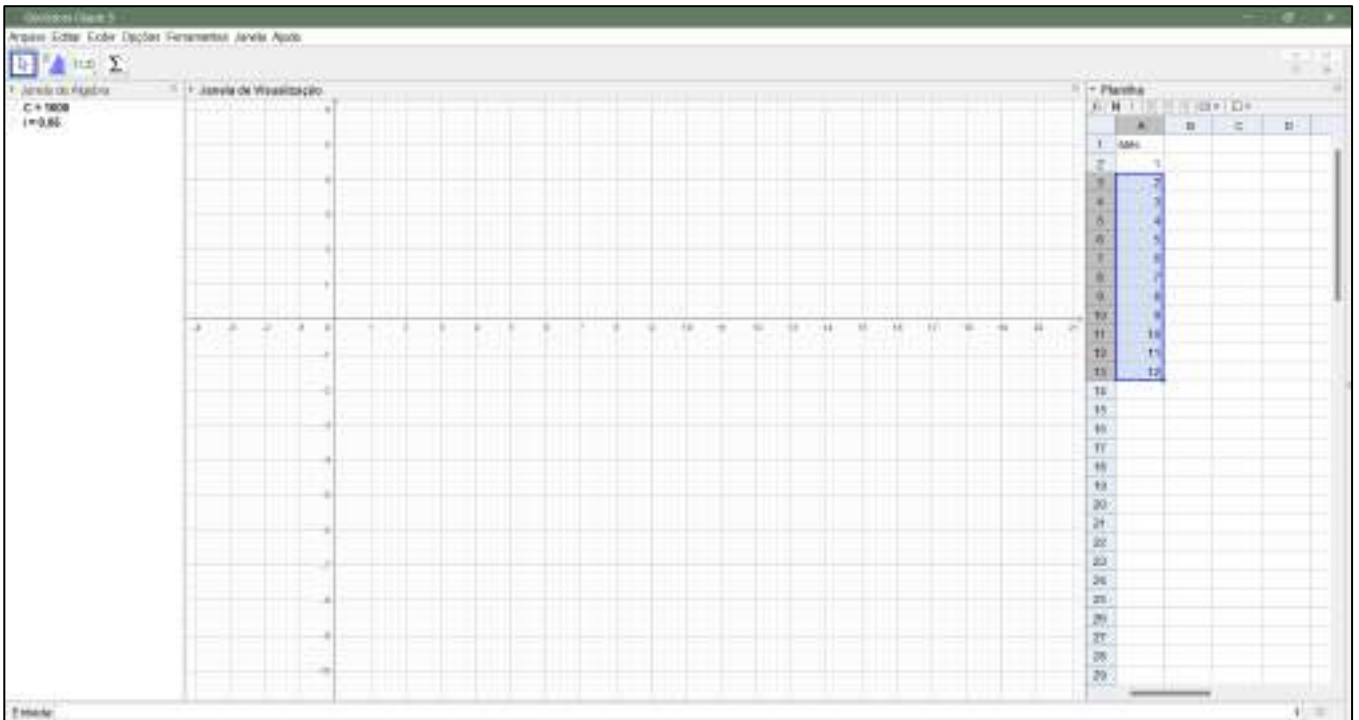
(5) Na célula A2, digite =1 e dê < Enter >.



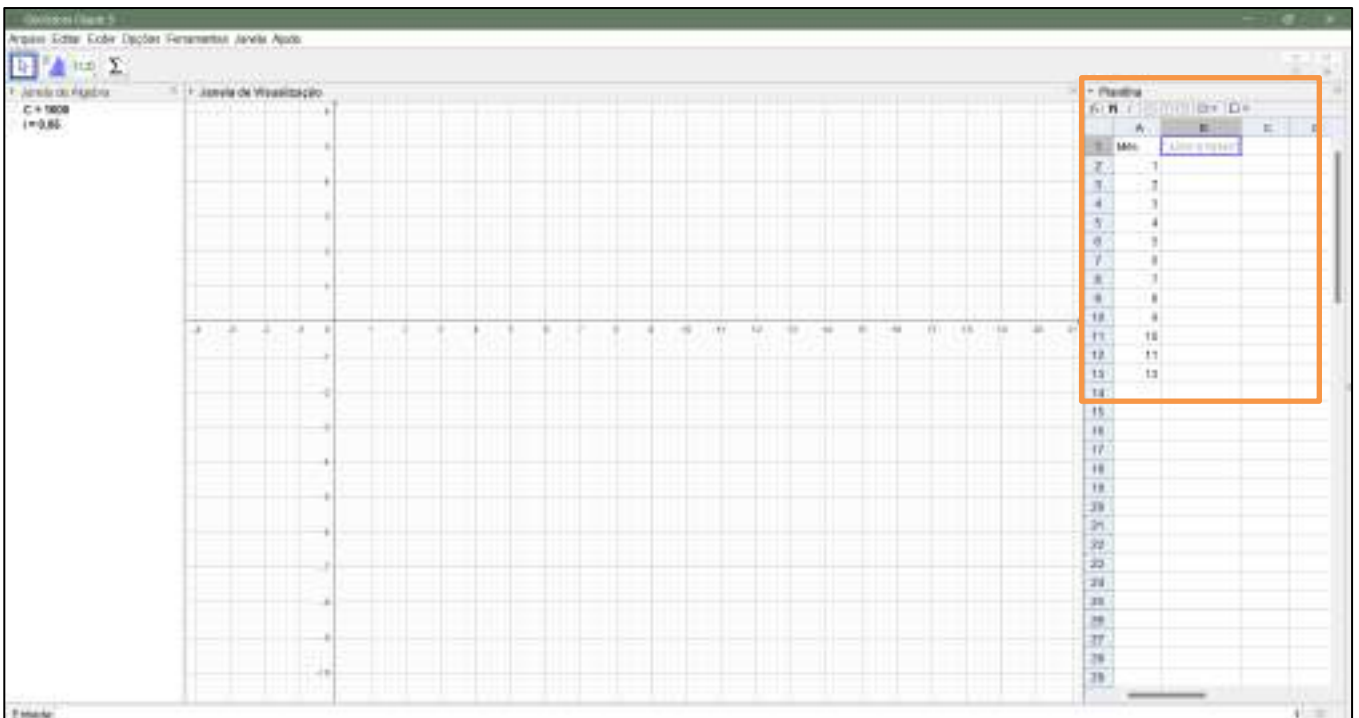
(6) Na célula A3, digite =A2+1 e dê < Enter >.



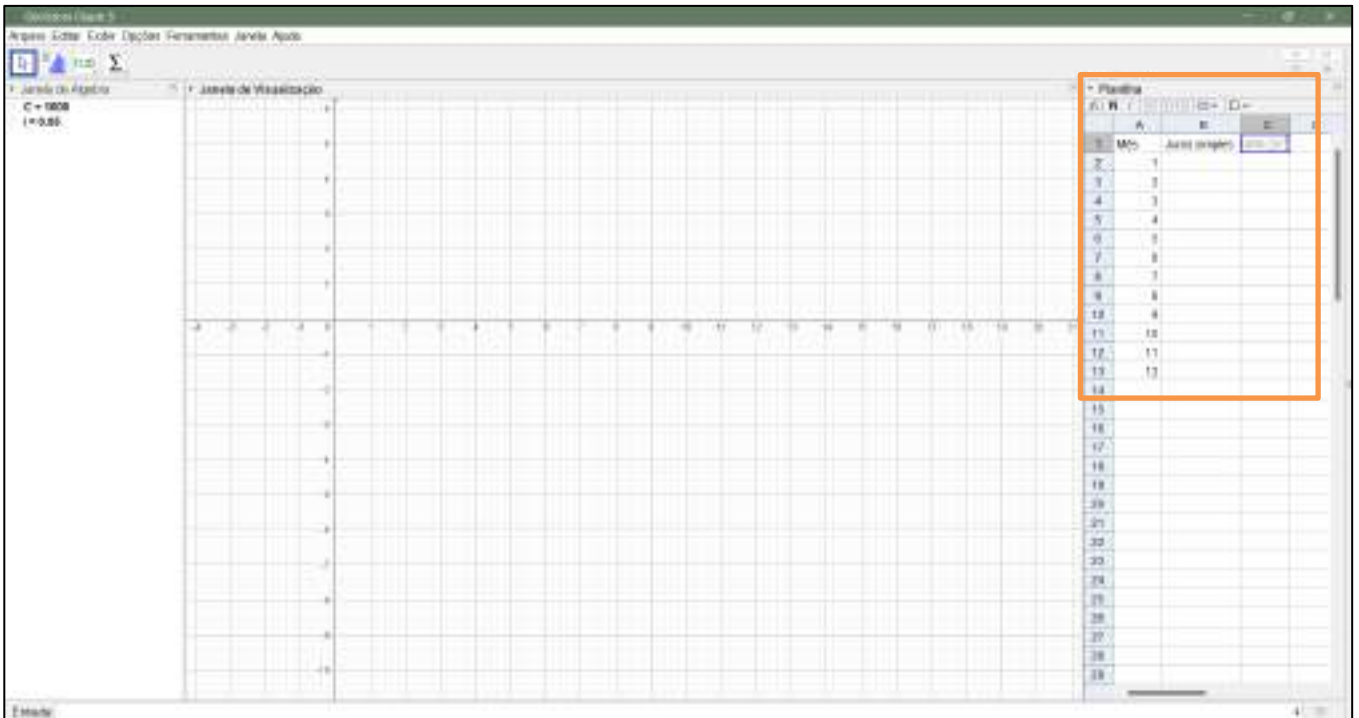
(7) Clique na célula A3 e depois “puxe” a fórmula até a linha 13. Para “puxar”, estando com a célula A3 ativa, ao passar o mouse em cima da célula no canto inferior direito (sem clicar), o cursor ficará com o símbolo de +, nesse momento você clica e arrasta a célula para baixo.



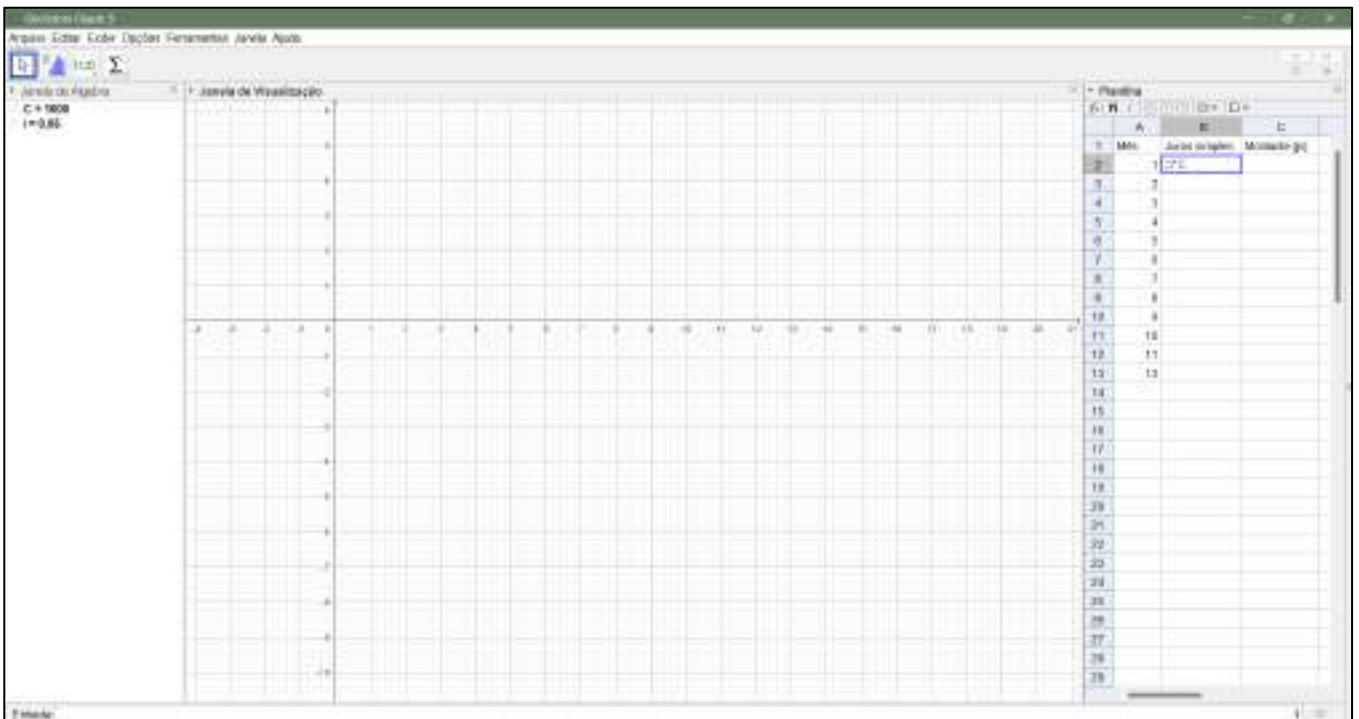
(8) Na célula B1 da Planilha, digite “**Juros simples**” (entre aspas mesmo) e dê < **Enter** >. Se necessário, com o mouse na divisão entre as colunas B e C, ajuste o tamanho da coluna B.



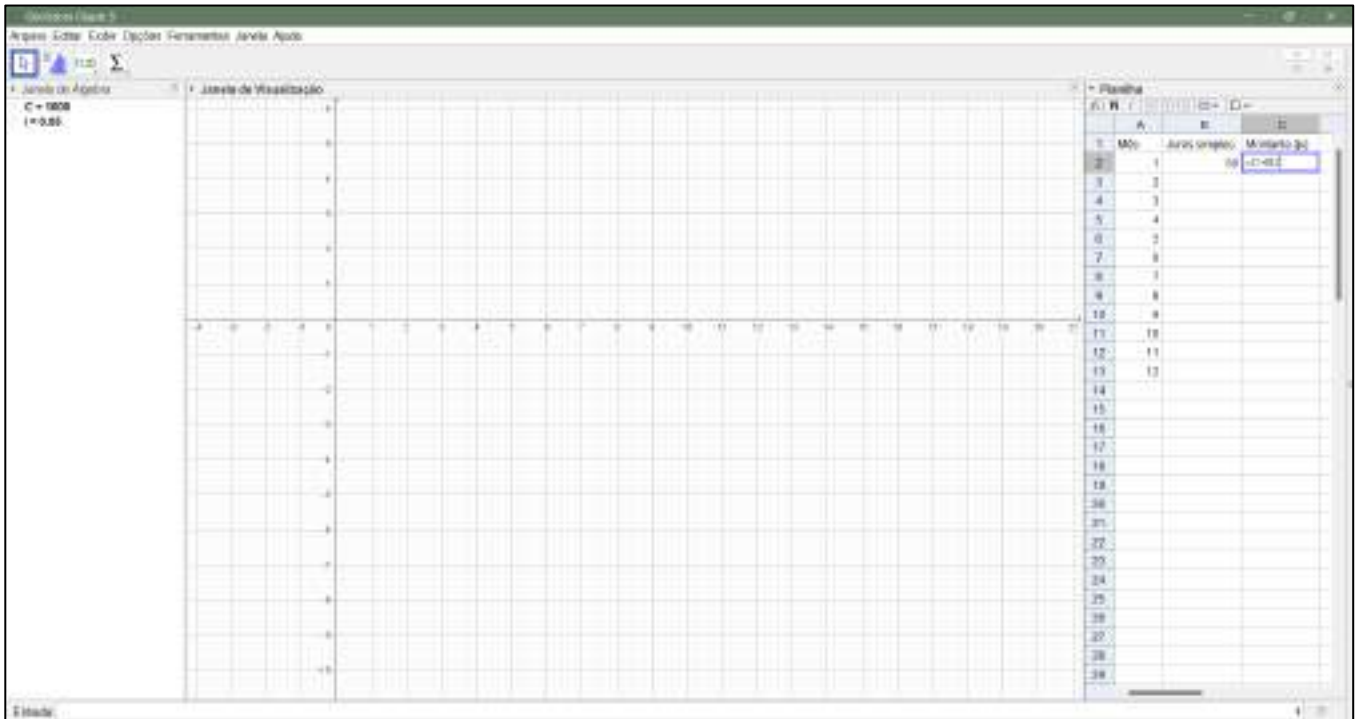
(9) Na célula C1 da Planilha, digite “**Montante (js)**” (entre aspas mesmo) e dê < **Enter** >. Se necessário, com o mouse na divisão entre as colunas C e D, ajuste o tamanho da coluna C.



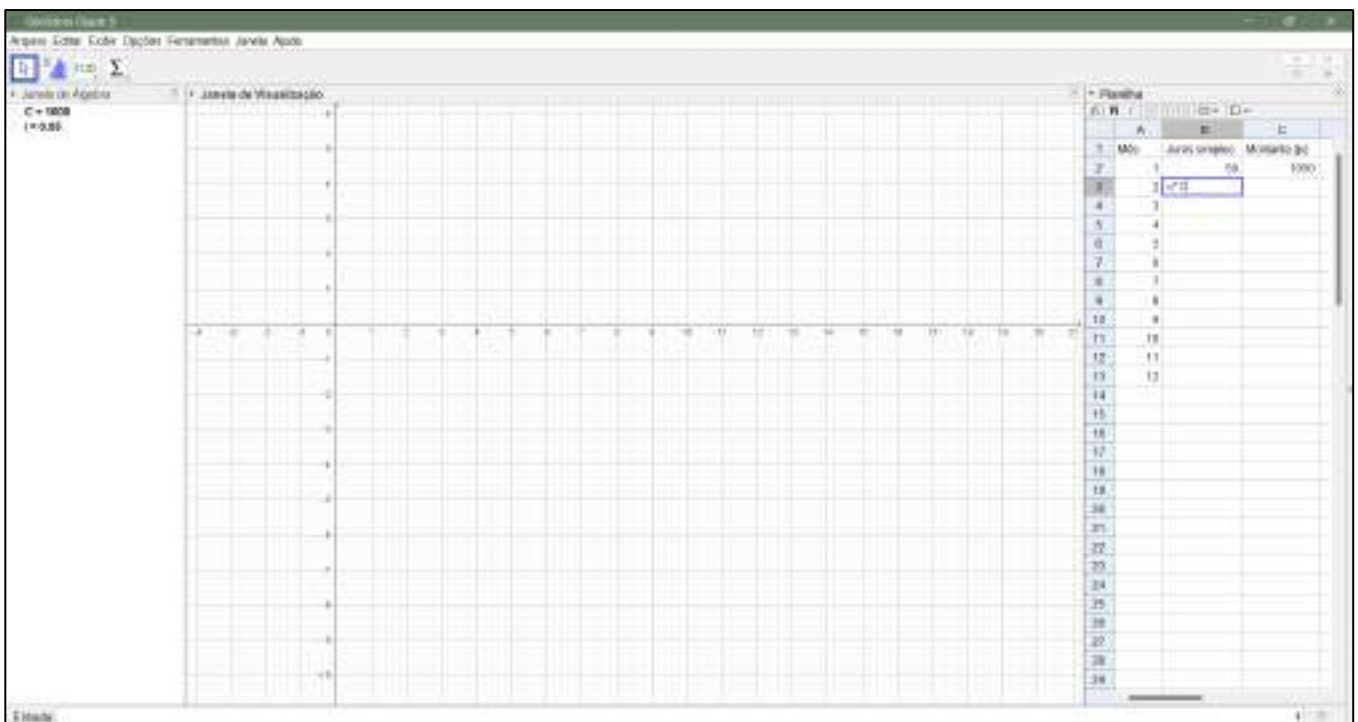
(10) Na célula B2, digite $=i*C$ e dê < **Enter** >.



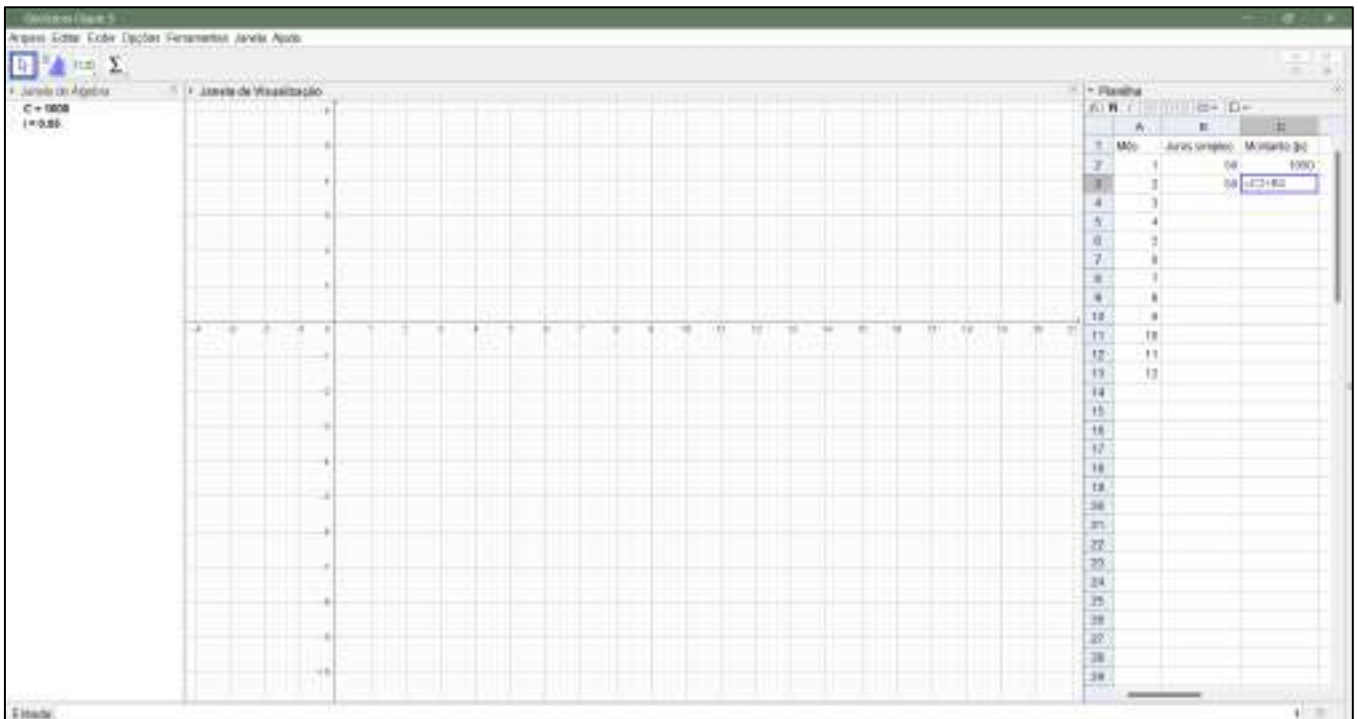
(11) Na célula C2, digite $=C+B2$ e dê **Enter**.



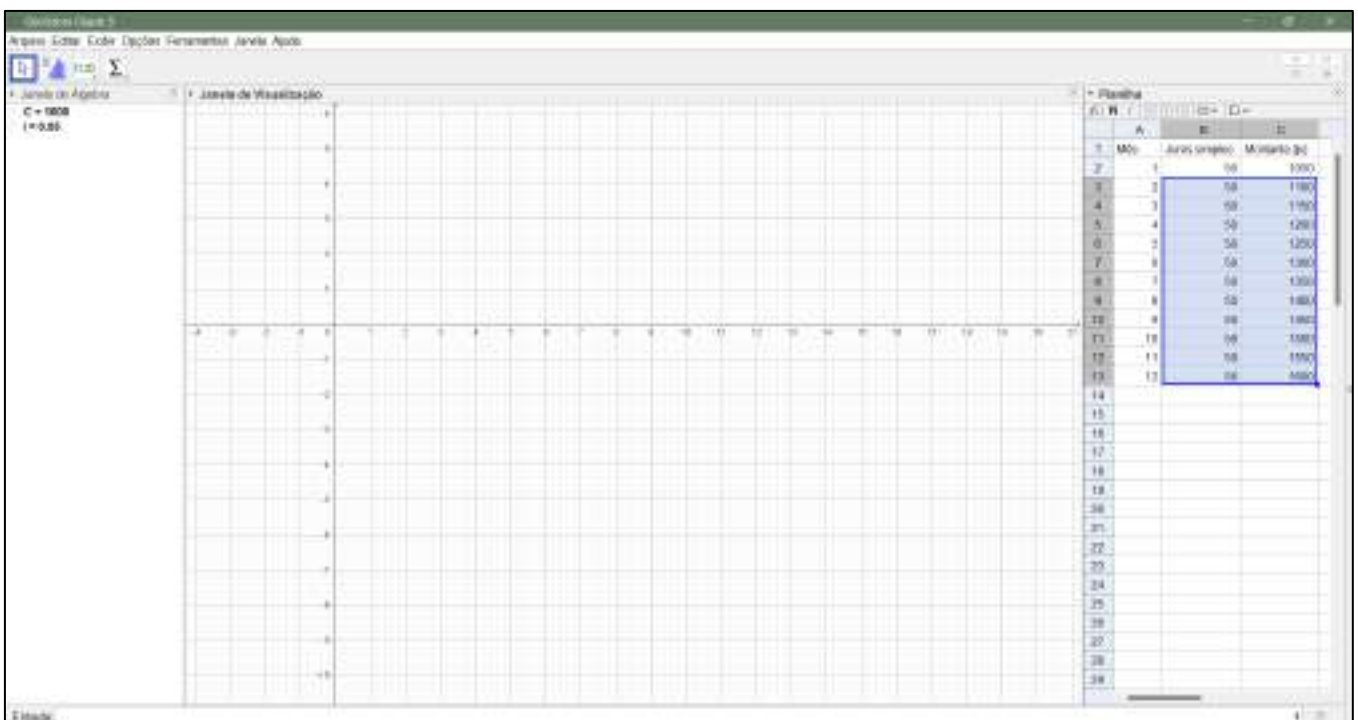
(12) Na célula B3, digite $=i*C$ e dê **Enter**.



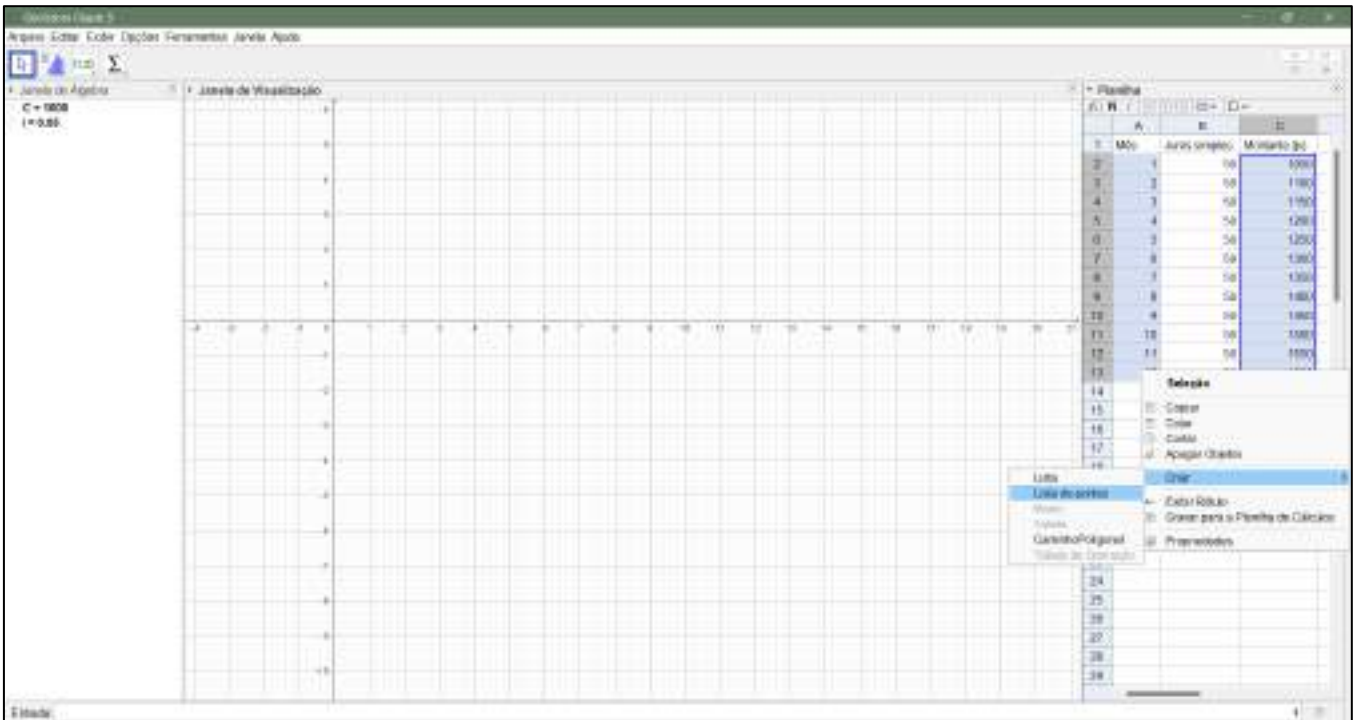
(13) Na célula C3, digite $=C2+B3$ e dê < **Enter** >.



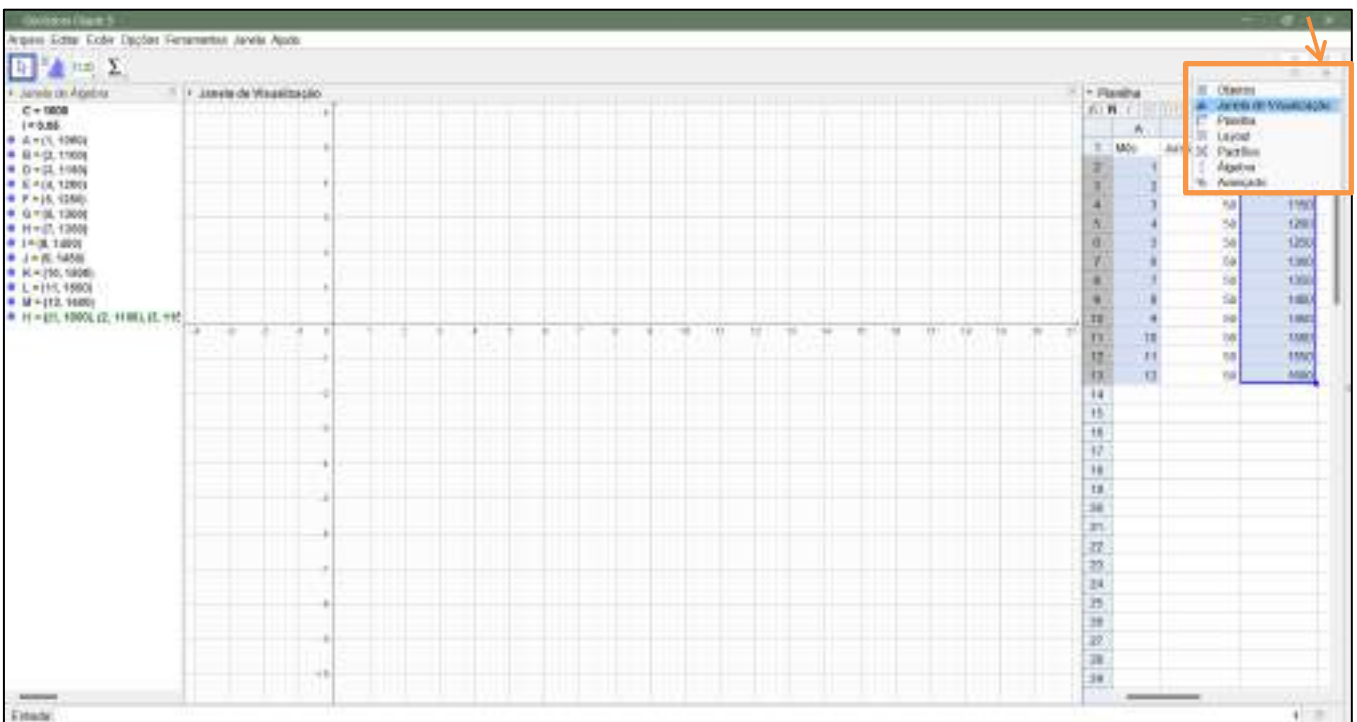
(14) Com o botão esquerdo do mouse, selecione as células B3 e C3 e depois “puxe” as fórmulas até a linha 13.





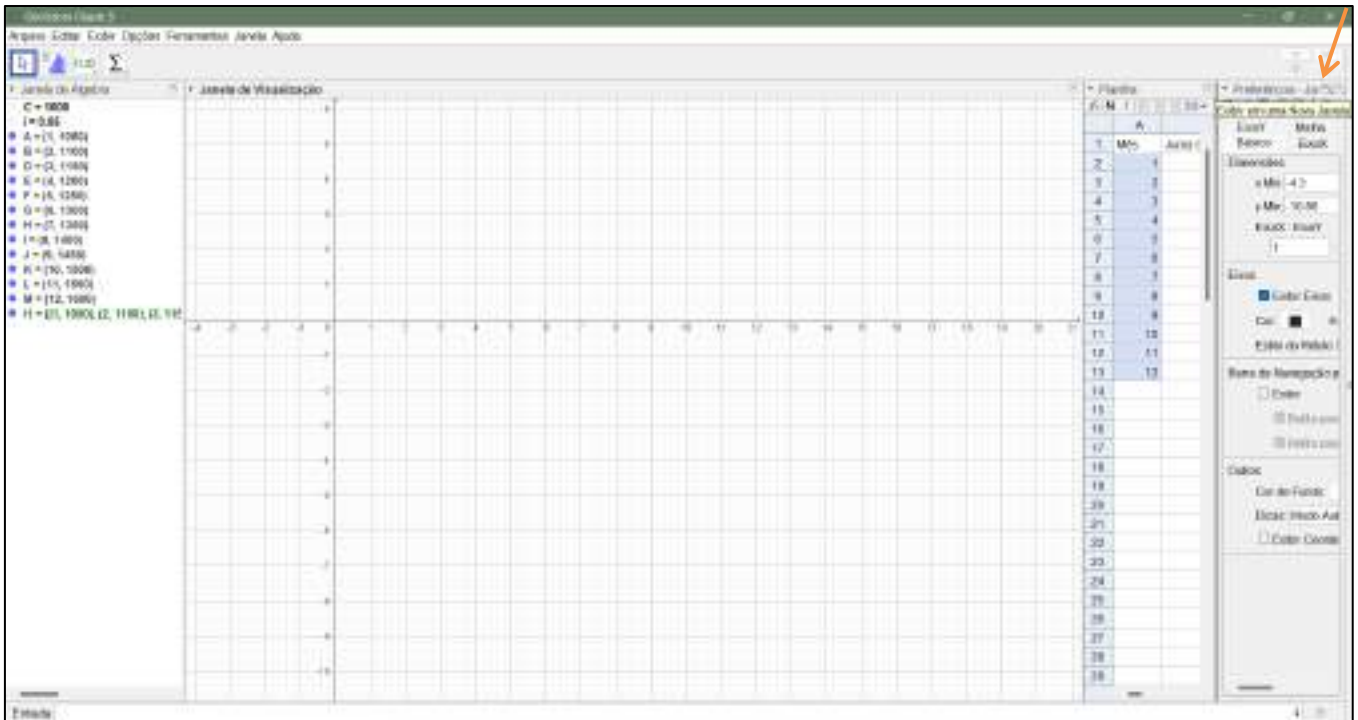
(15) Na primeira coluna da Planilha, com o botão esquerdo do mouse selecione as células da linha 2 até a linha 13 e, segurando a tecla < **Ctrl** >, selecione as células correspondentes na terceira coluna. Clique com o botão direito do mouse e escolha a opção Criar e, em seguida, Lista de Pontos.



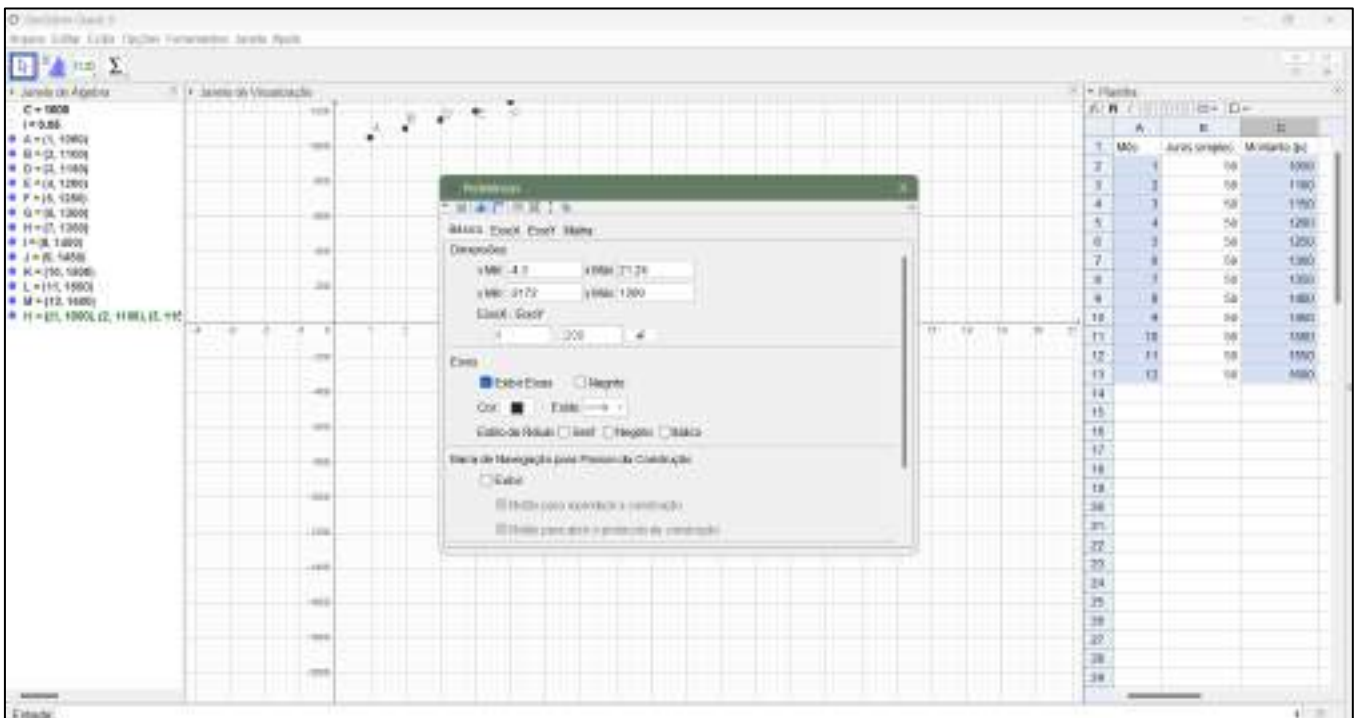
(16) Os pontos A até M serão criados, além da lista 11, mas os pontos não estarão visíveis na Janela de Visualização, por conta da escala dos eixos x e y. Para ajustar a escala de eixos, de forma que possamos enxergar os pontos, clique no símbolo da engrenagem, que fica no canto superior direito. No menu que se abre, escolha a opção Janela de Visualização.



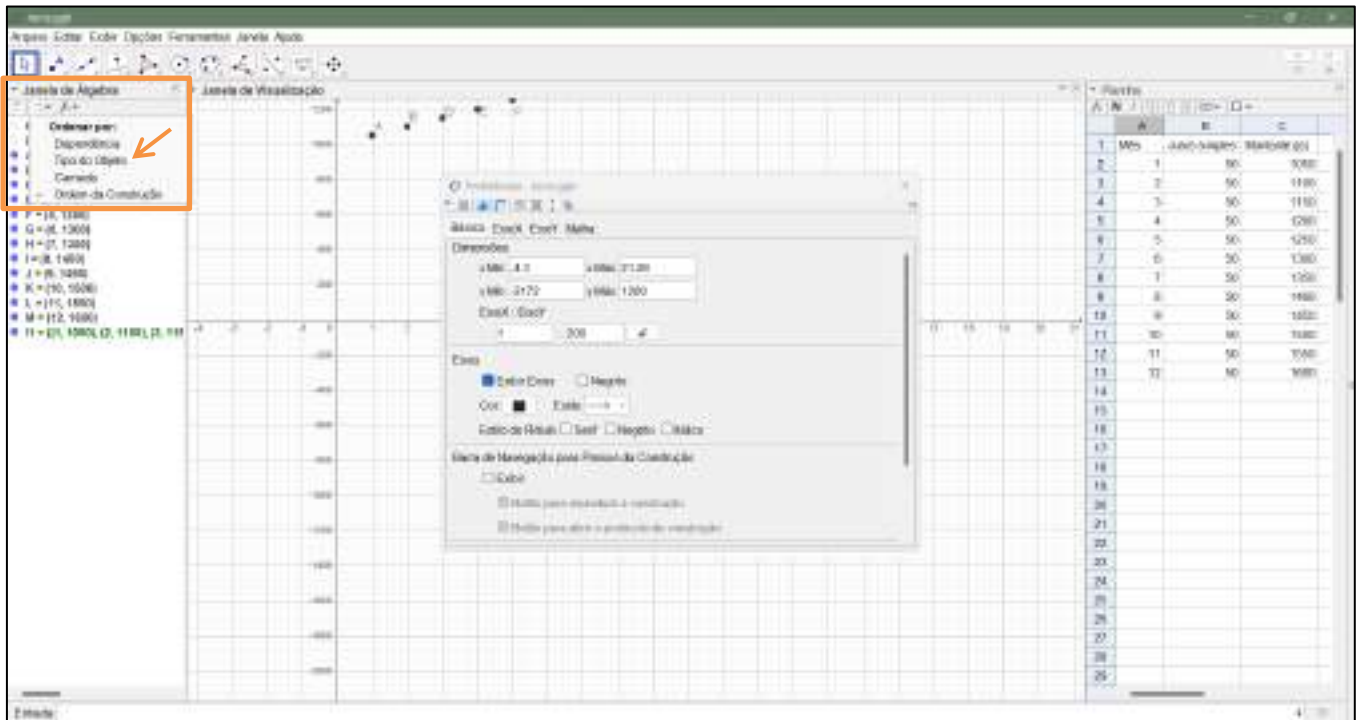
(17) Abre-se uma coluna de Preferências, ao lado da Planilha. Para ampliar o espaço desta coluna, uma opção é clicar em “Exibir em uma Nova Janela”, que é o penúltimo ícone do cabeçalho desta coluna, ao lado do  de fechar, com o seguinte símbolo: .



(18) Abre-se uma nova janela na frente da tela do GeoGebra. Na aba Básico, em Dimensões, onde se lê EixoX : EixoY, digite a escala 1:200 e dê < **Enter** >. Você verá que alguns pontos começarão a aparecer na visualização.

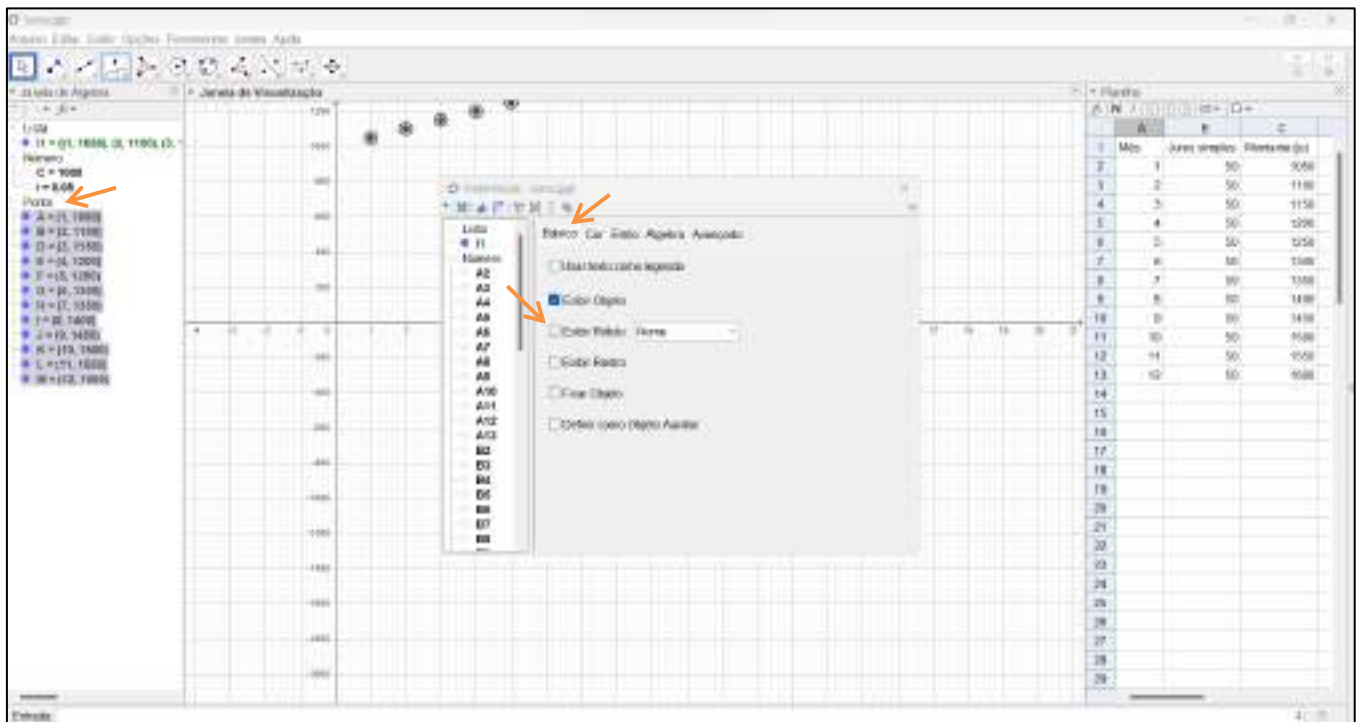


(19) No menu rápido da Janela de Álgebra, clique em Ordenar por e escolha a opção Tipo de Objeto.

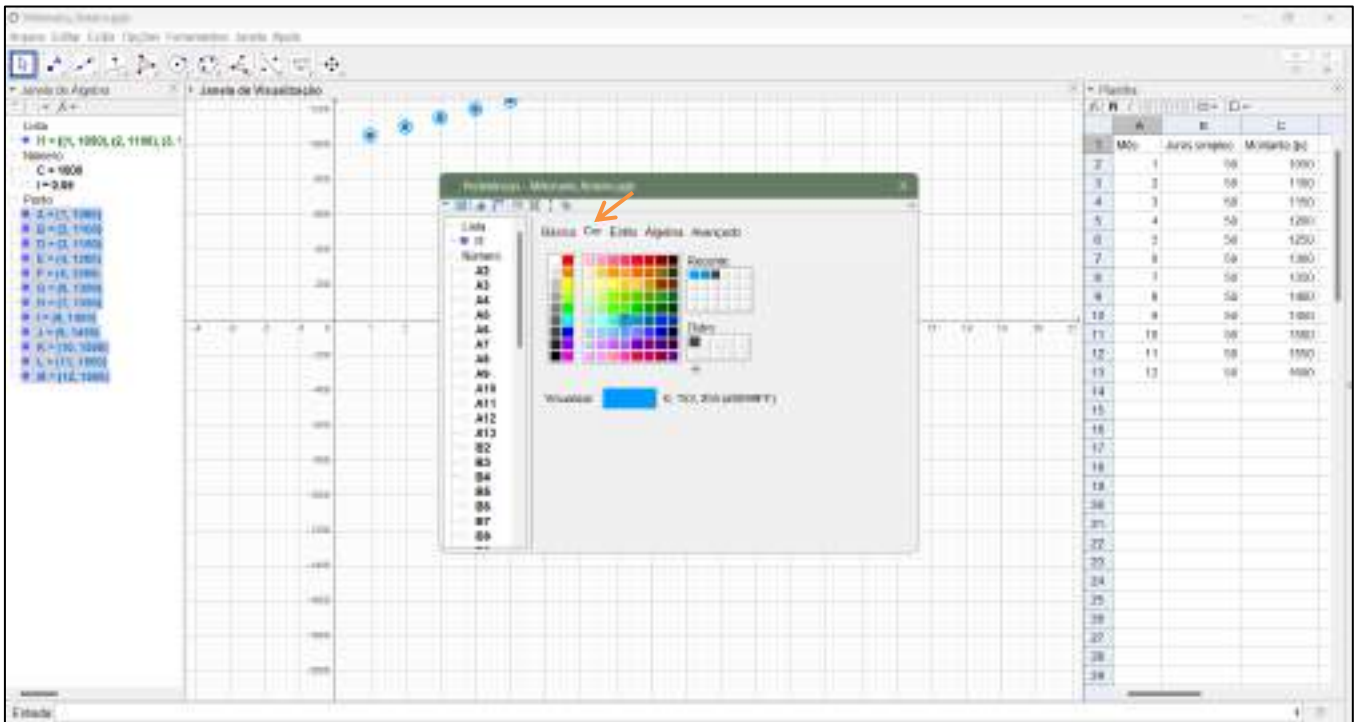


(20) Na Janela de Álgebra, clique na palavra Ponto e, na janela de Preferências dessa seleção de pontos, que ainda está aberta, desmarque a opção Exibir Rótulo da aba Básico.

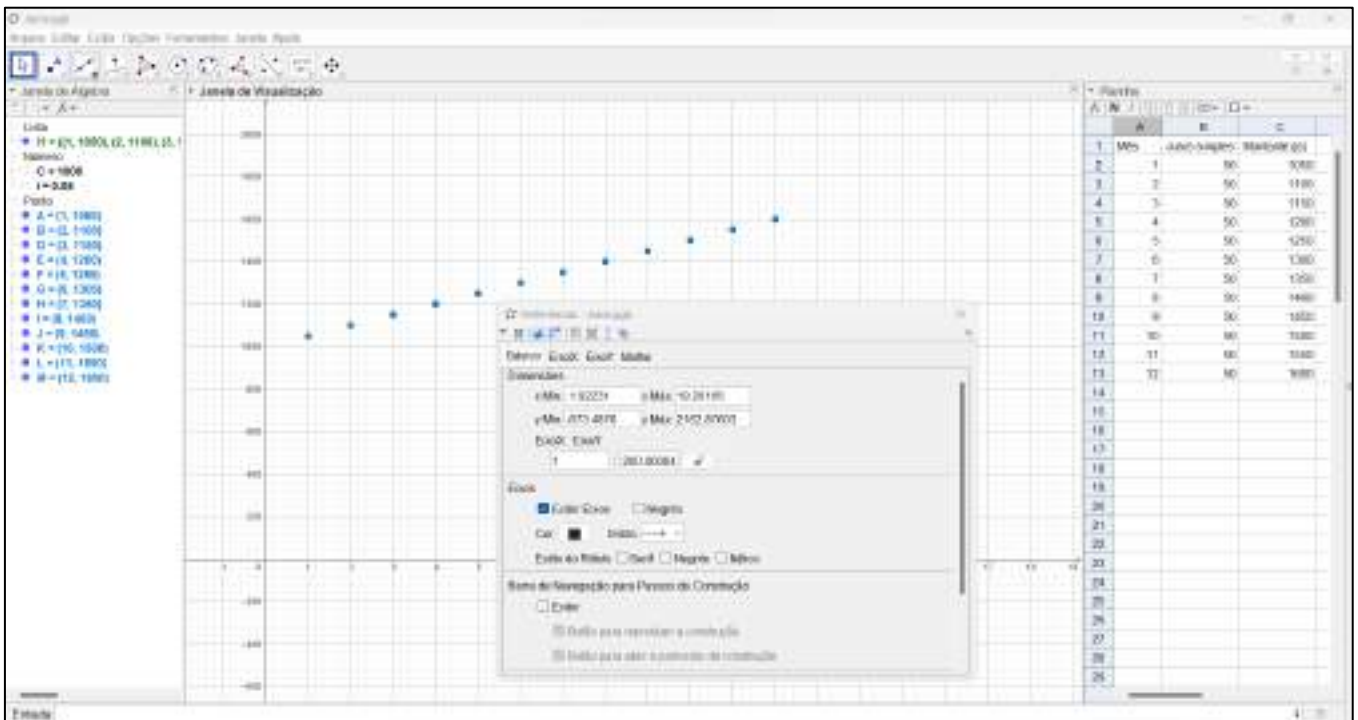
Não se esqueça de salvar o arquivo!



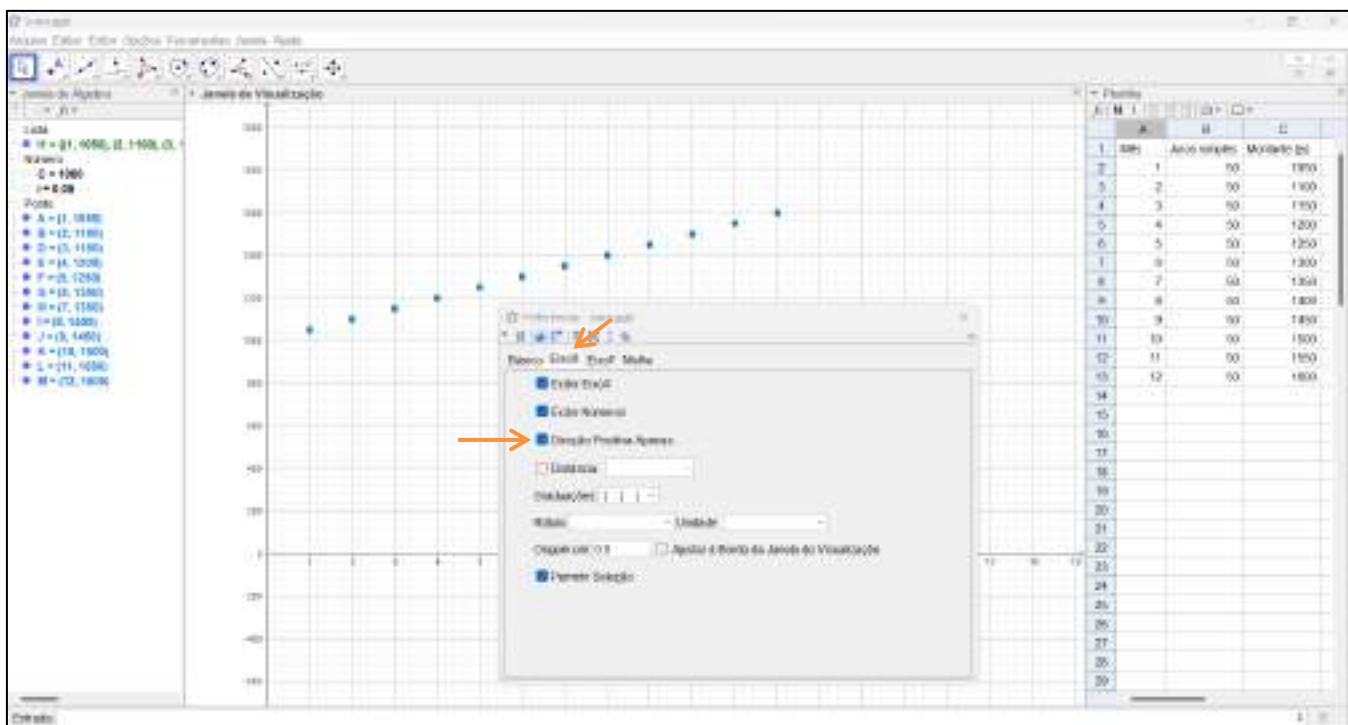
(21) Ainda com os pontos selecionados, na aba Cor da janela de Preferências, altere a cor para azul.



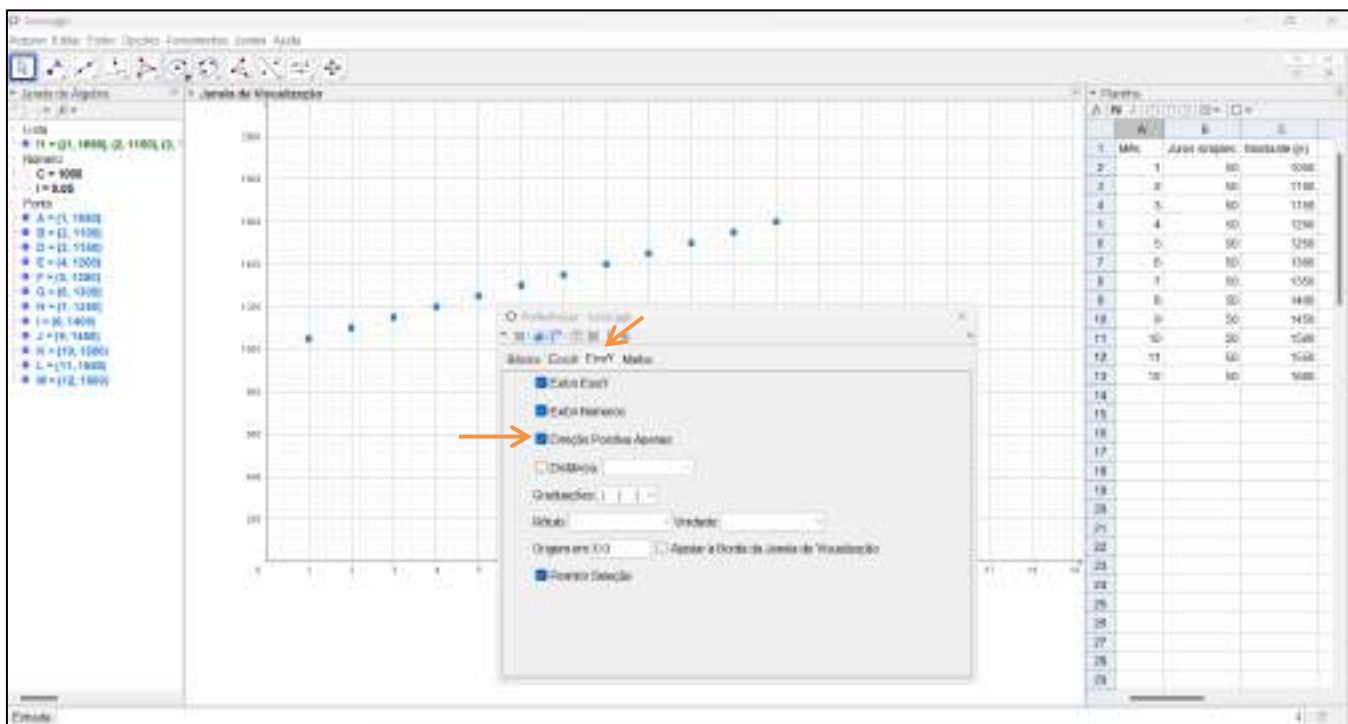
(22) Sem fechar a janela de Preferências, clique com o mouse em algum local branco da Janela de Visualização (para desmarcar os pontos), arraste a Janela de Visualização e use o zoom (pelo mouse) para reposicionar os pontos de forma que todos fiquem visíveis.



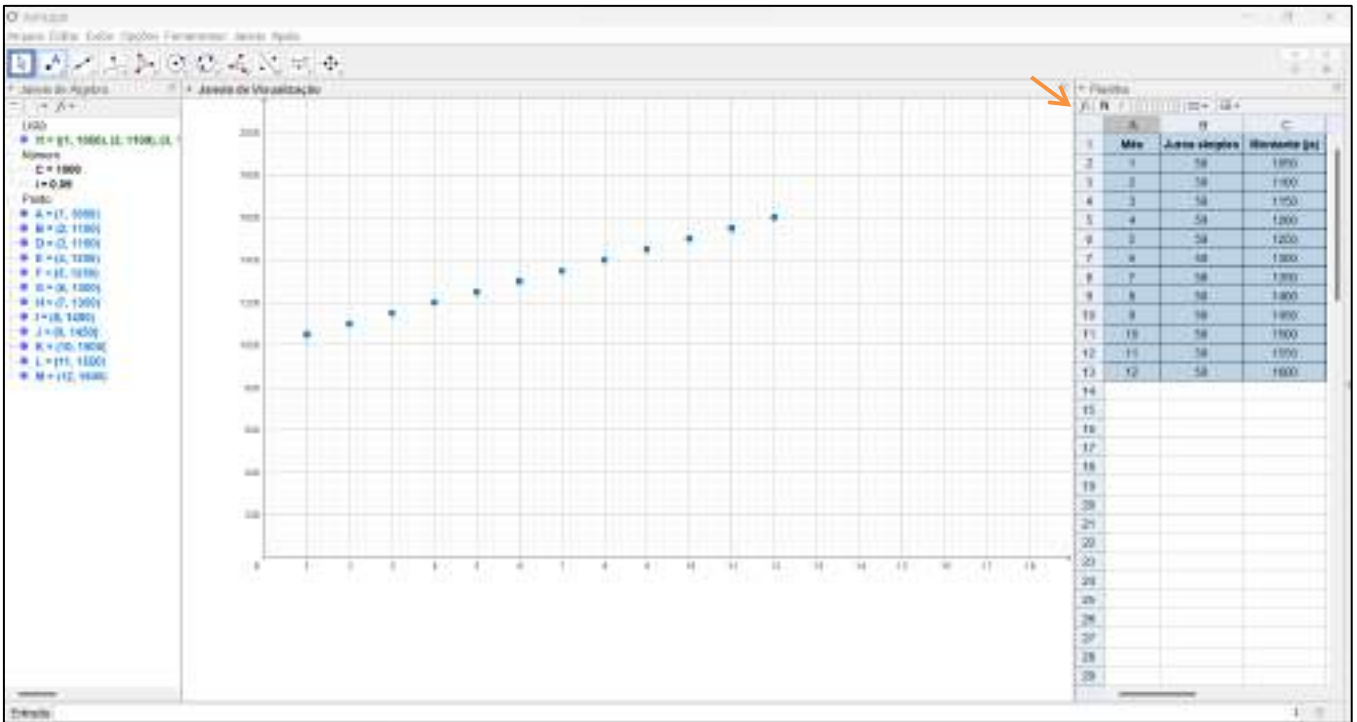
(23) Na Janela de Preferências que ainda está aberta, clique na aba EixoX e marque a opção “Direção Positiva Apenas”.



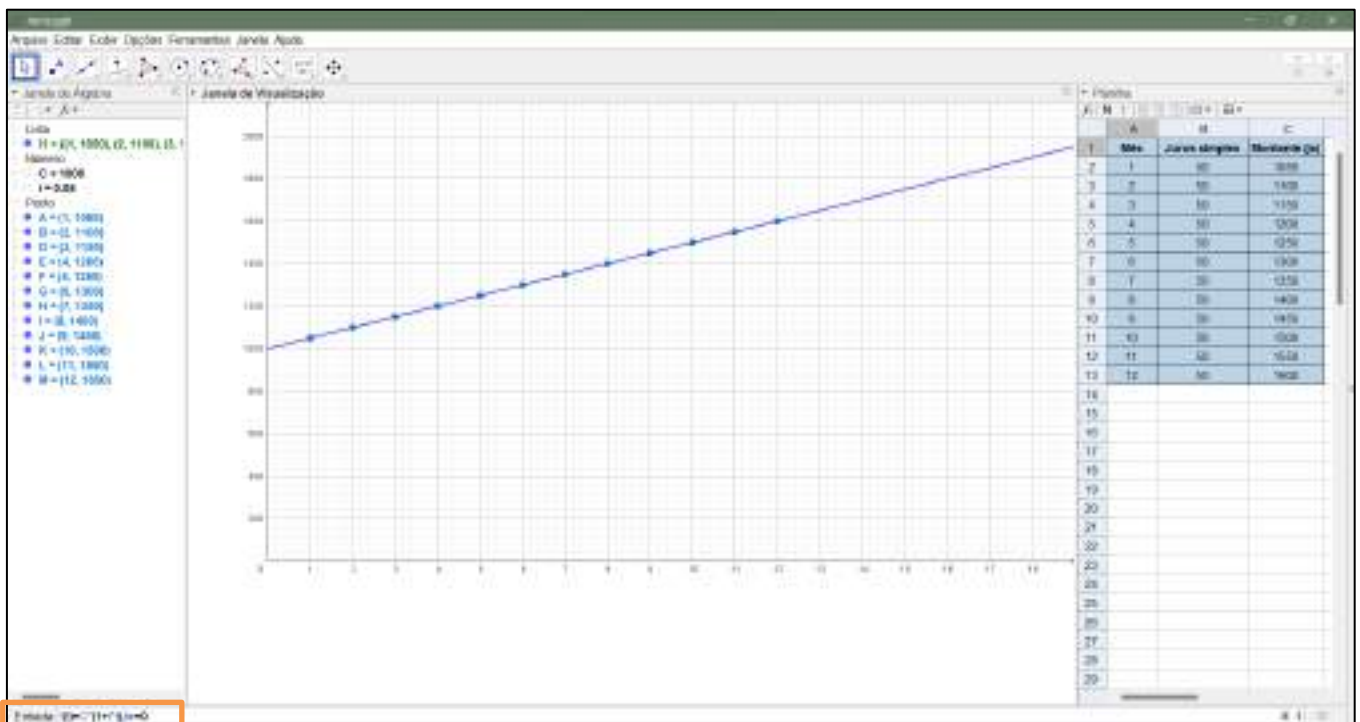
(24) Faça o mesmo na aba EixoY, marcando a opção “Direção Positiva Apenas”.



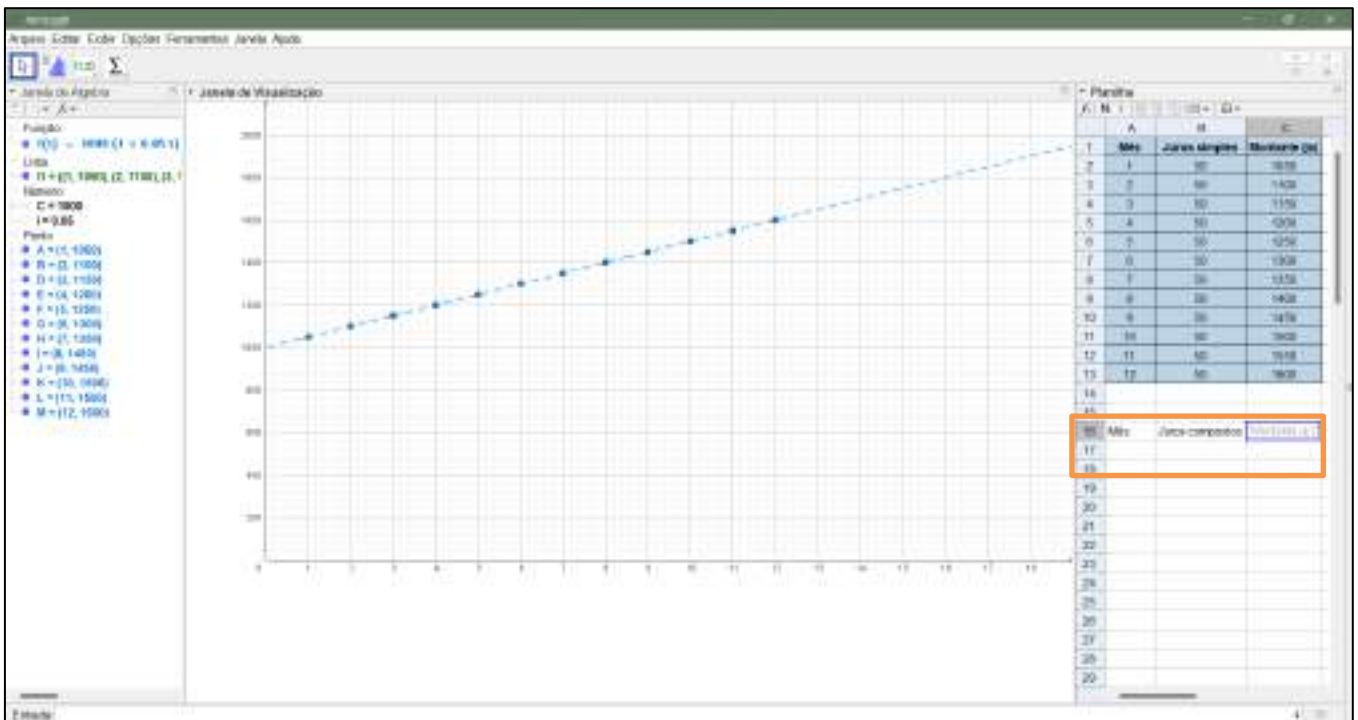
(25) Feche a janela de Preferências. Você pode configurar (cor, linhas de grade, ...) a tabela, usando os botões do menu abaixo da palavra Planilha.



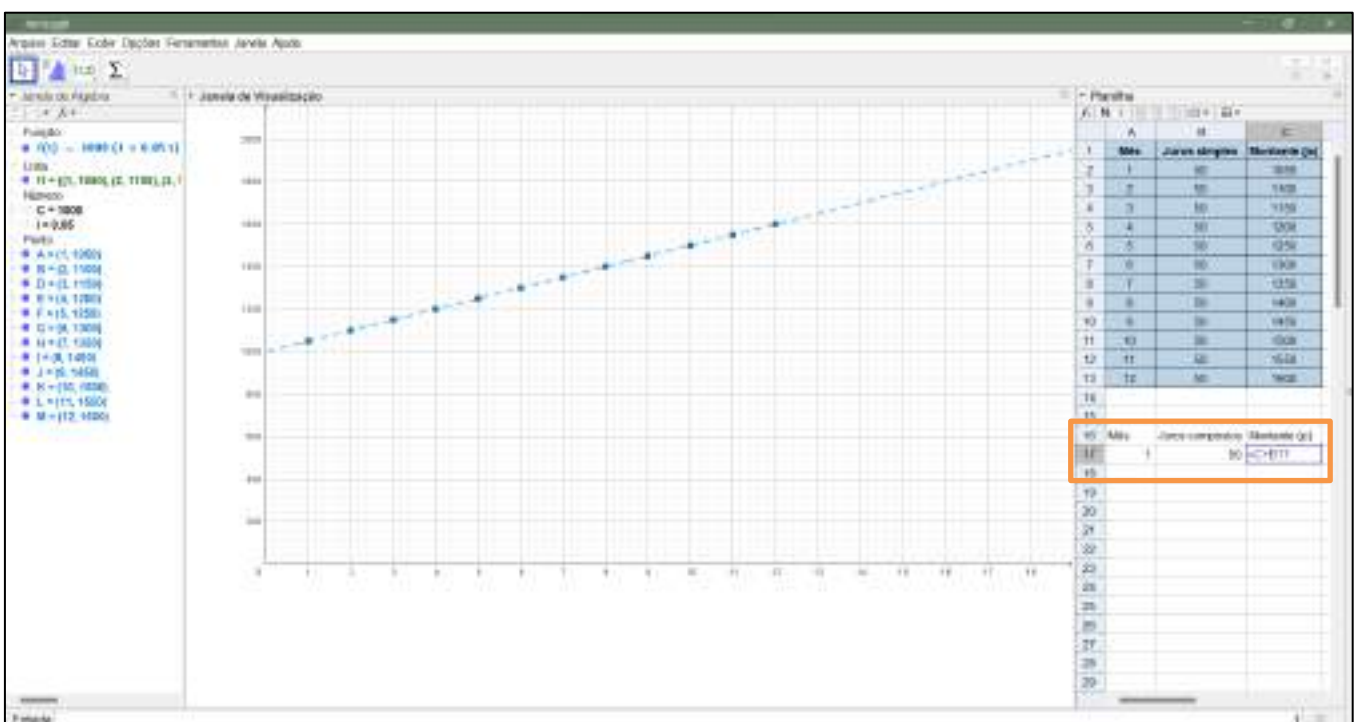
(26) No Campo de Entrada, digite $f(t)=C*(1+i*t), t \geq 0$ e dê < Enter >. Depois configure a mesma cor azul para o gráfico de f, com estilo tracejado e oculte o rótulo do gráfico.



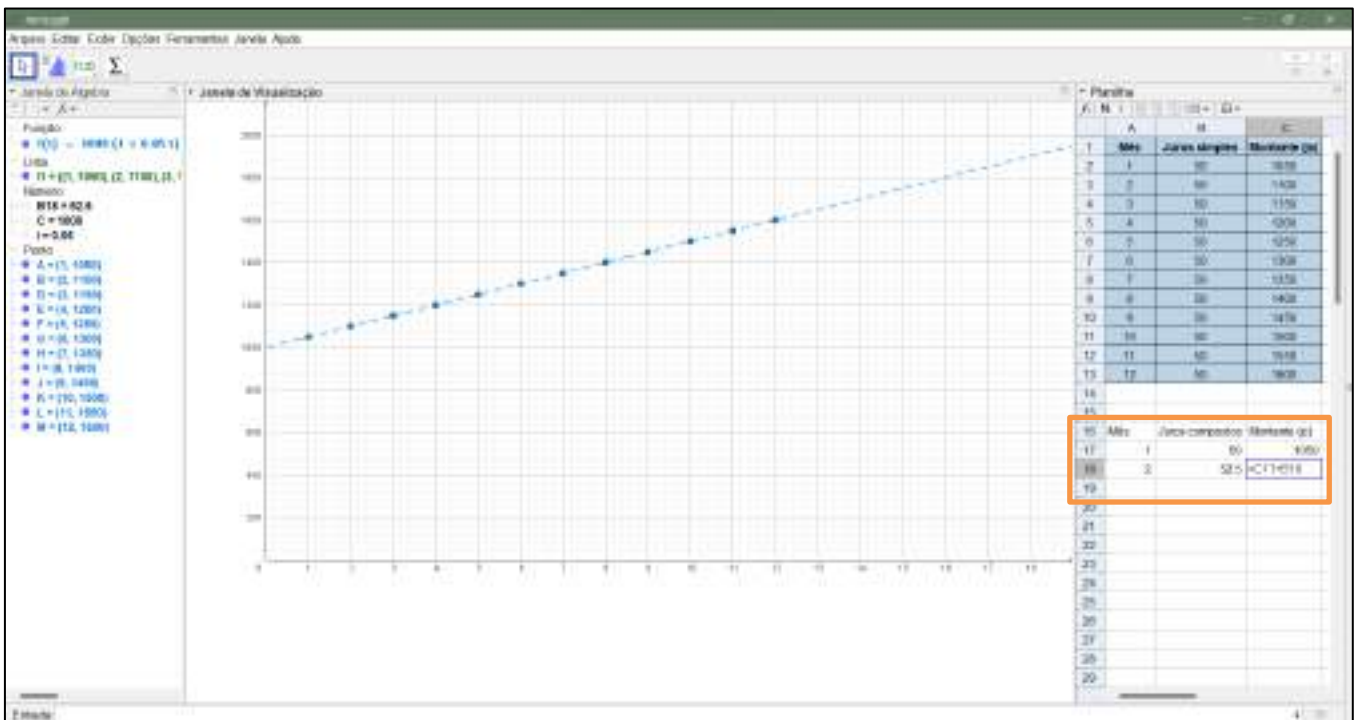
(27) Agora vamos criar outra tabela para o cálculo do montante sob juros compostos. Na célula A16 da Planilha, digite “Mês” (entre aspas mesmo) e dê < Enter >. Na célula B16, digite “Juros compostos” e dê < Enter >. Na célula C16, digite “Montante (jt)” e dê < Enter >.



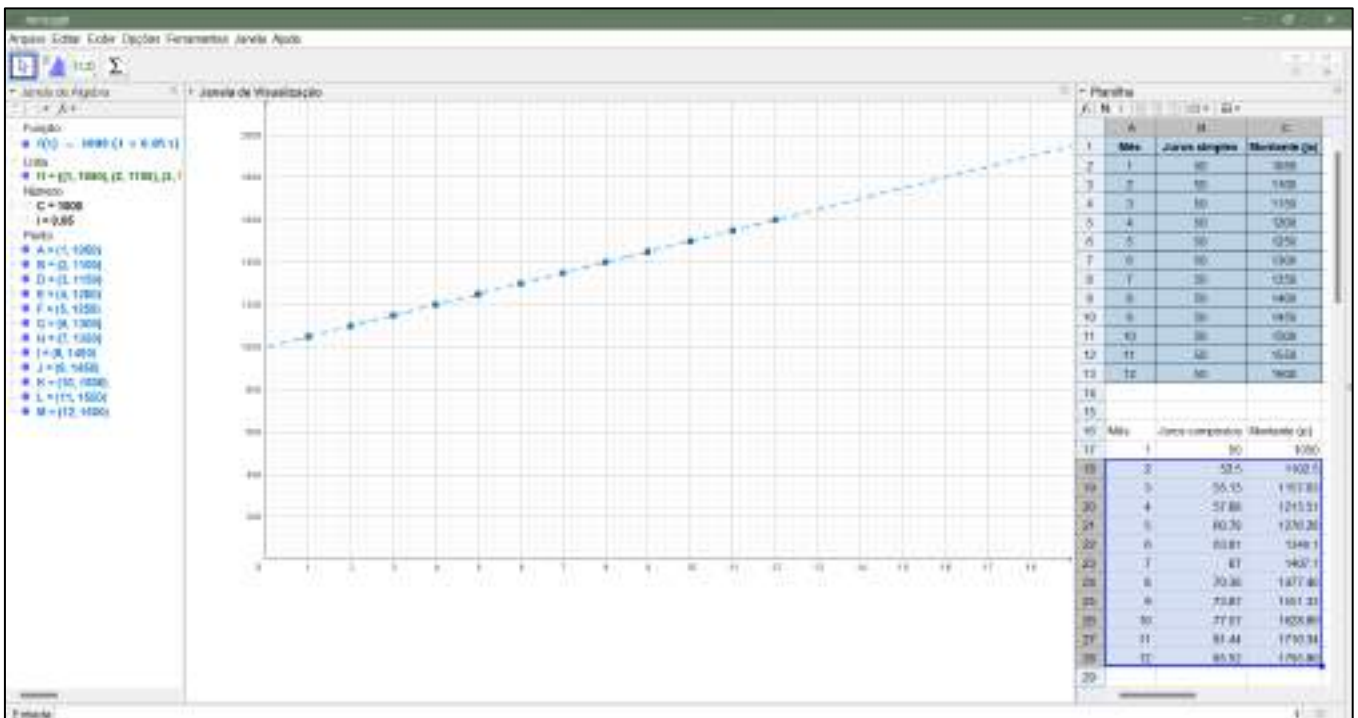
(28) Na célula A17, digite =1; na célula B17, digite =i*C e na célula C17 digite =C+B17.



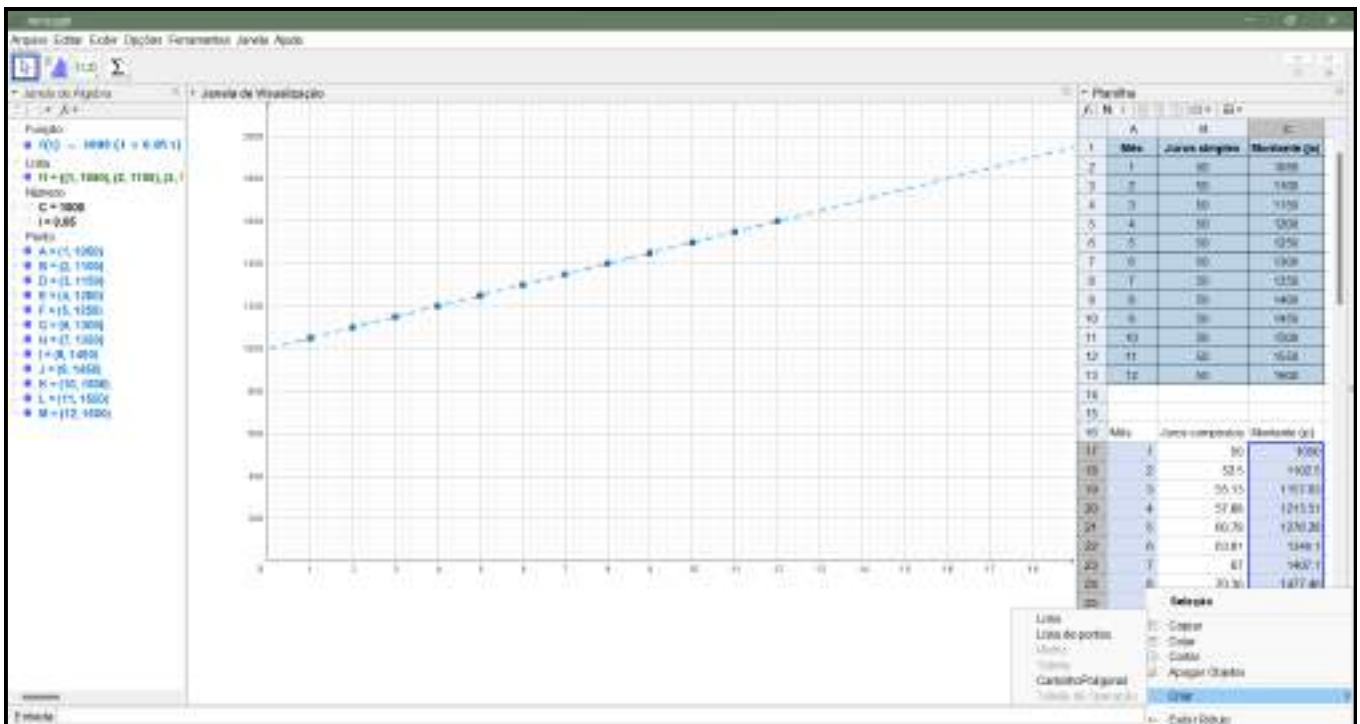
(29) Na célula A18, digite =A17+1; na célula B18, digite =i*C17 e na célula C18 digite =C17+B18.



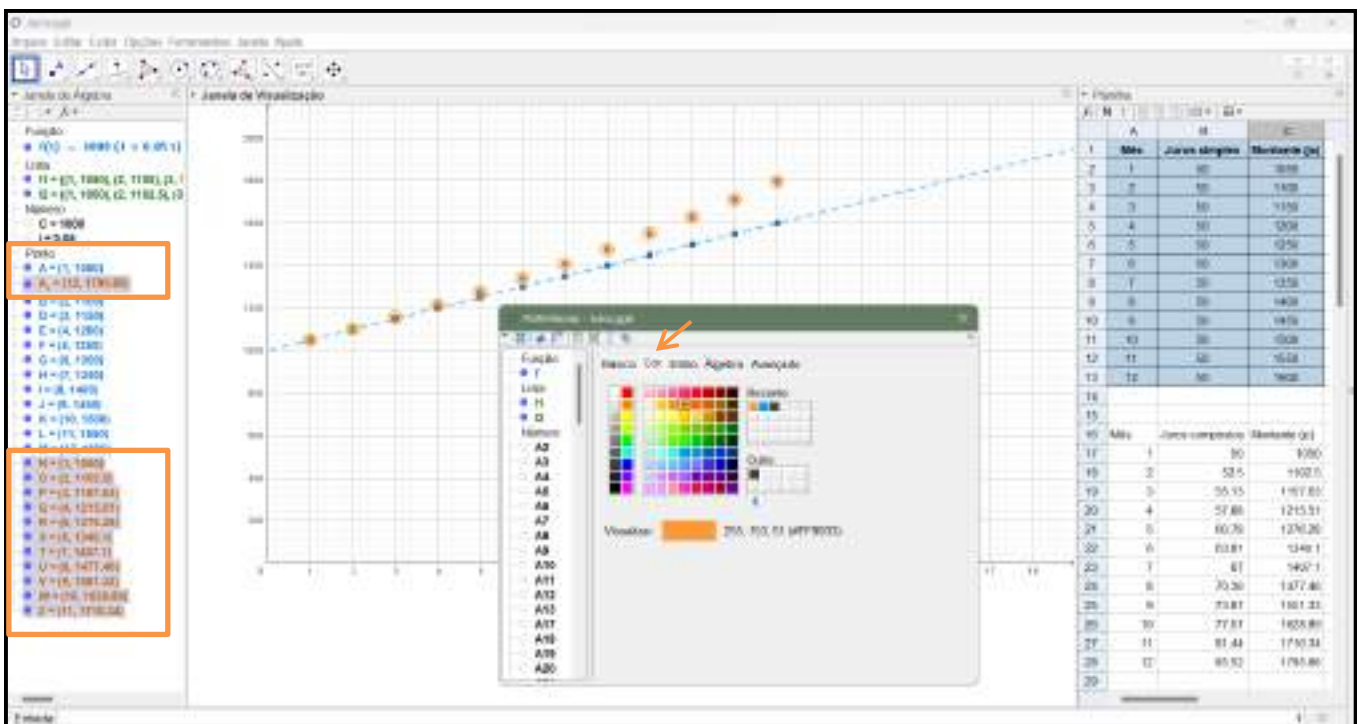
(30) Com o botão esquerdo do mouse, selecione as células A18, B18 e C18 e depois “puxe” as fórmulas até a linha 28.



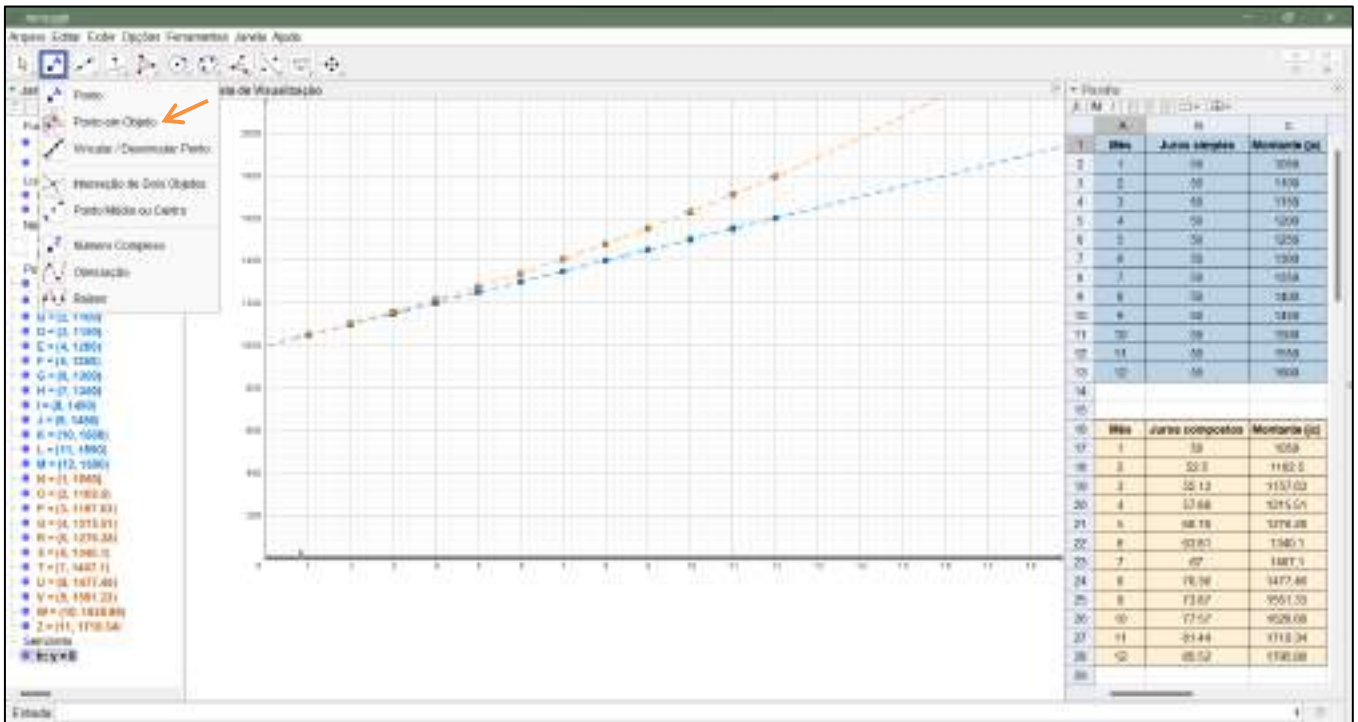
(31) Na primeira coluna da Planilha, com o botão esquerdo do mouse selecione as células da linha 17 até a linha 28 e, segurando a tecla < **Ctrl** >, selecione as células correspondentes na terceira coluna. Clique com o botão direito do mouse e escolha a opção Criar e, em seguida, Lista de Pontos.



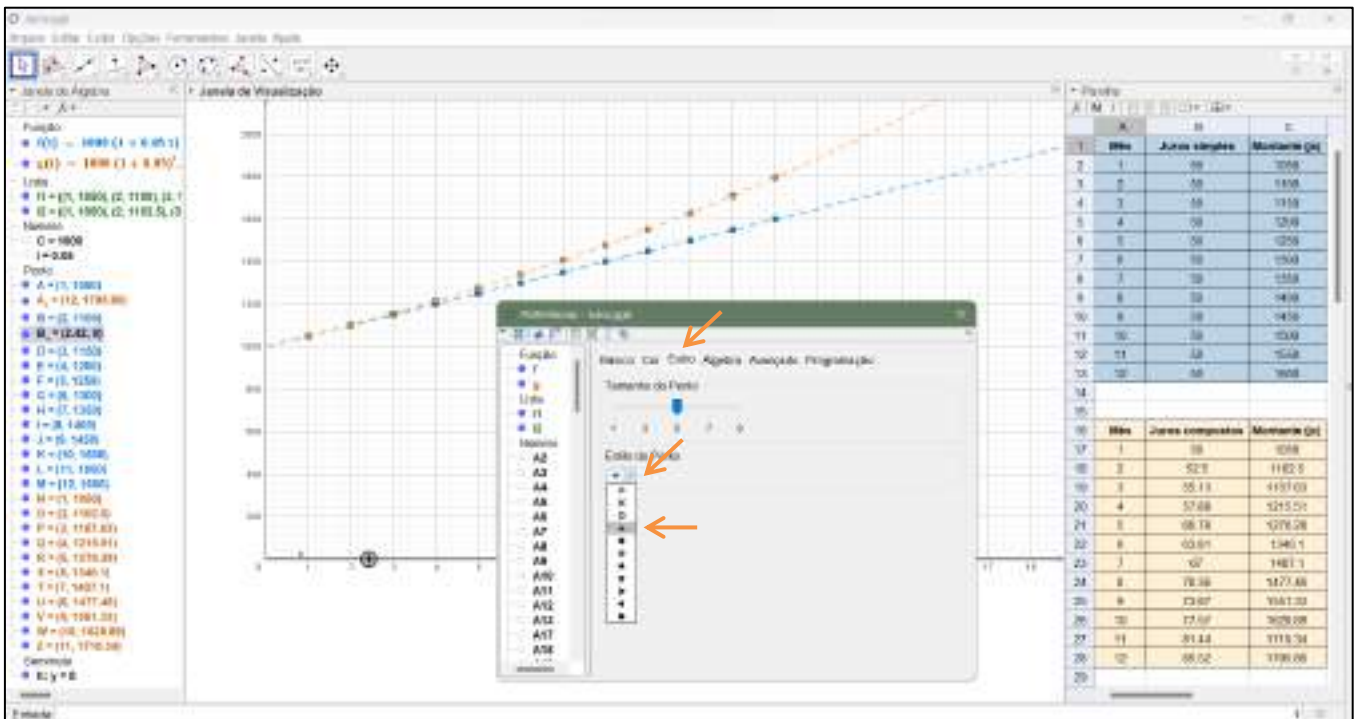
(32) Os pontos N até Z, e A₁, serão criados, além da lista l2. Com a tecla < **Ctrl** > pressionada, clique nos novos pontos criados e, com o botão direito do mouse, desmarque a opção Exibir Rótulo. Depois, vá em Propriedades dessa seleção de pontos e altere a cor para laranja.



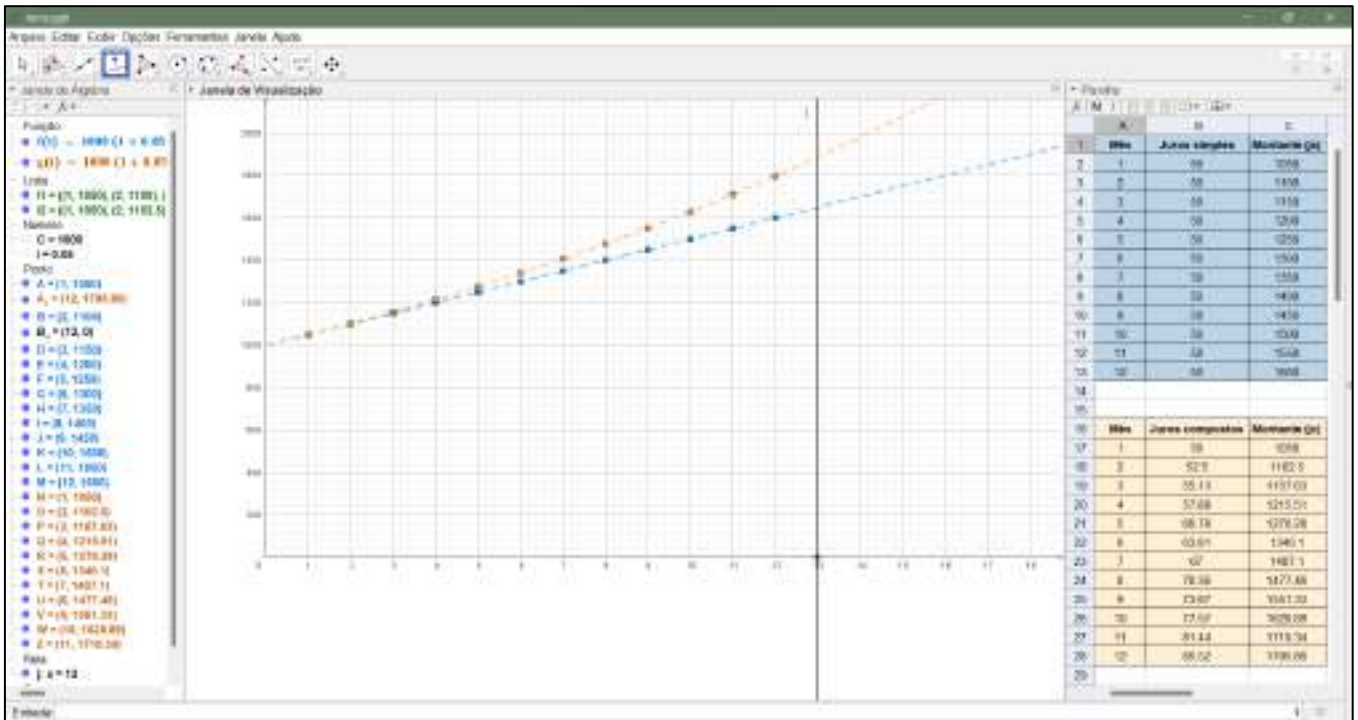
(35) Com a ferramenta Ponto em Objeto, crie um ponto B_1 sobre a semirreta h .



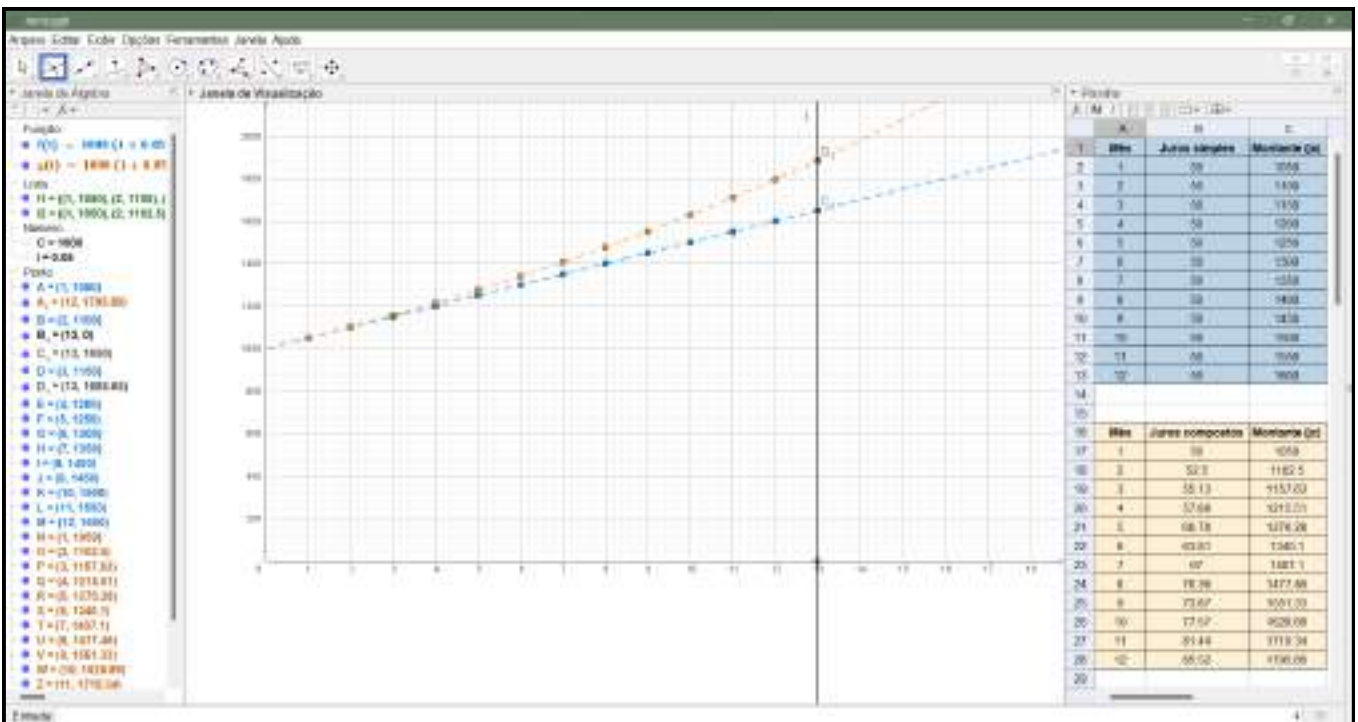
(36) Com o botão direito do mouse, clique no ponto B_1 e acesse as Propriedades para retirar seu rótulo, alterar sua cor para preto e alterar seu estilo para +. Teste a ferramenta, arrastando o ponto B_1 sobre a semirreta h .



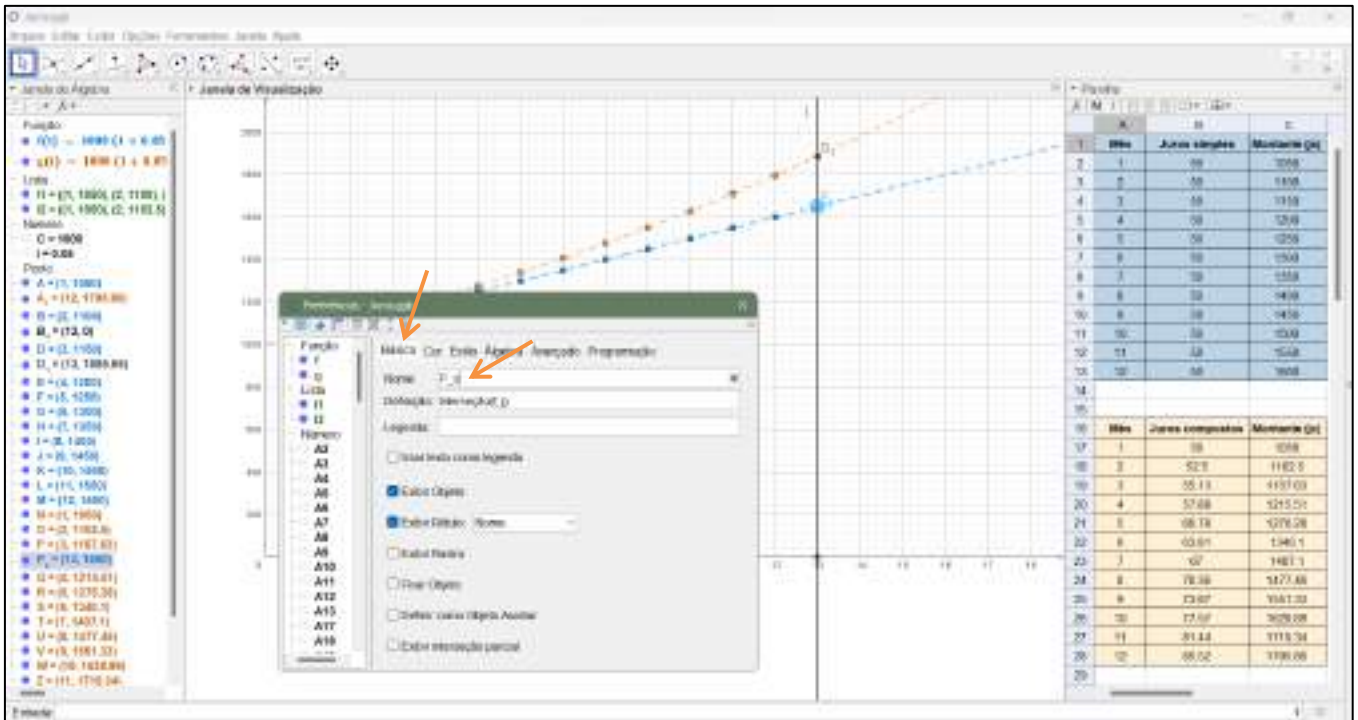
(37) Oculte a semirreta h. No 4º botão da Barra de Ferramentas, ative a ferramenta **Reta Perpendicular**, clique em B_1 e depois no eixo x. Será criada a reta j, passando por B_1 e perpendicular ao eixo x.



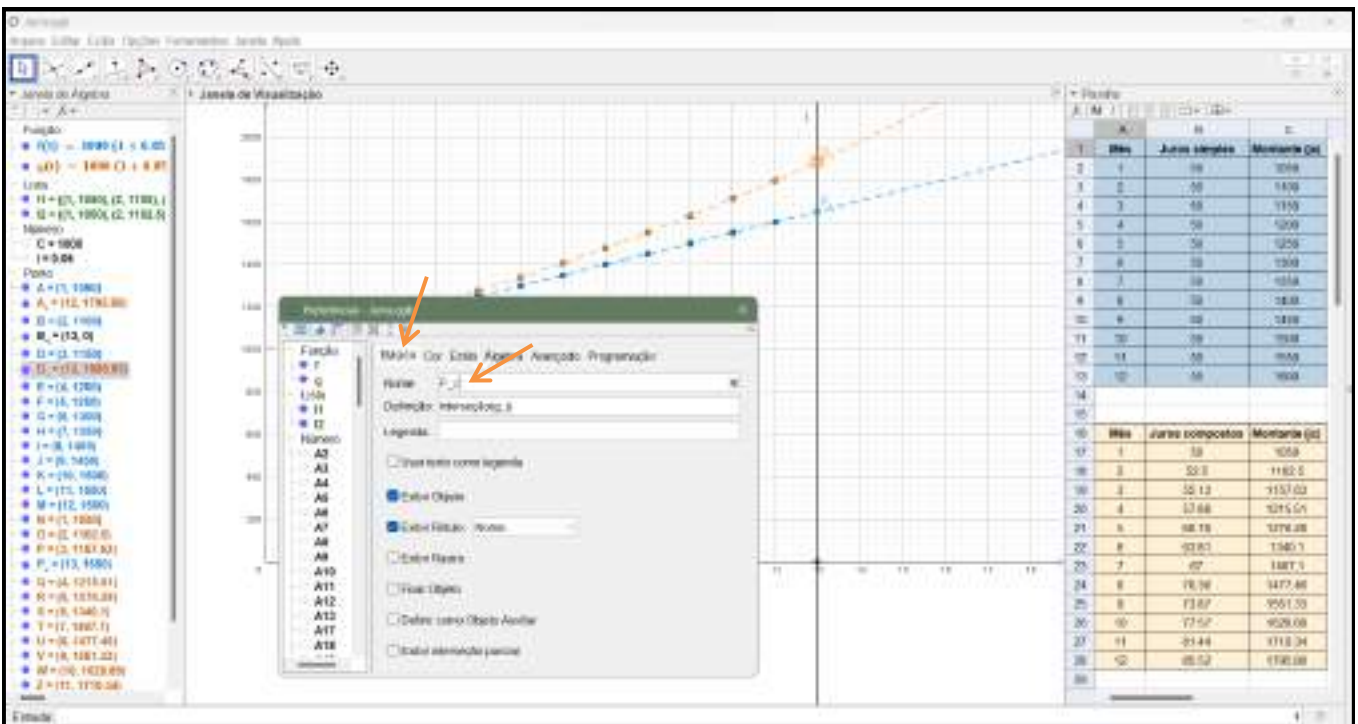
(38) No 2º botão da Barra de Ferramentas, ative a ferramenta **Interseção de Dois Objetos** para fazer a interseção da reta j com os gráficos de f e g. Serão criados os pontos C_1 e D_1 .



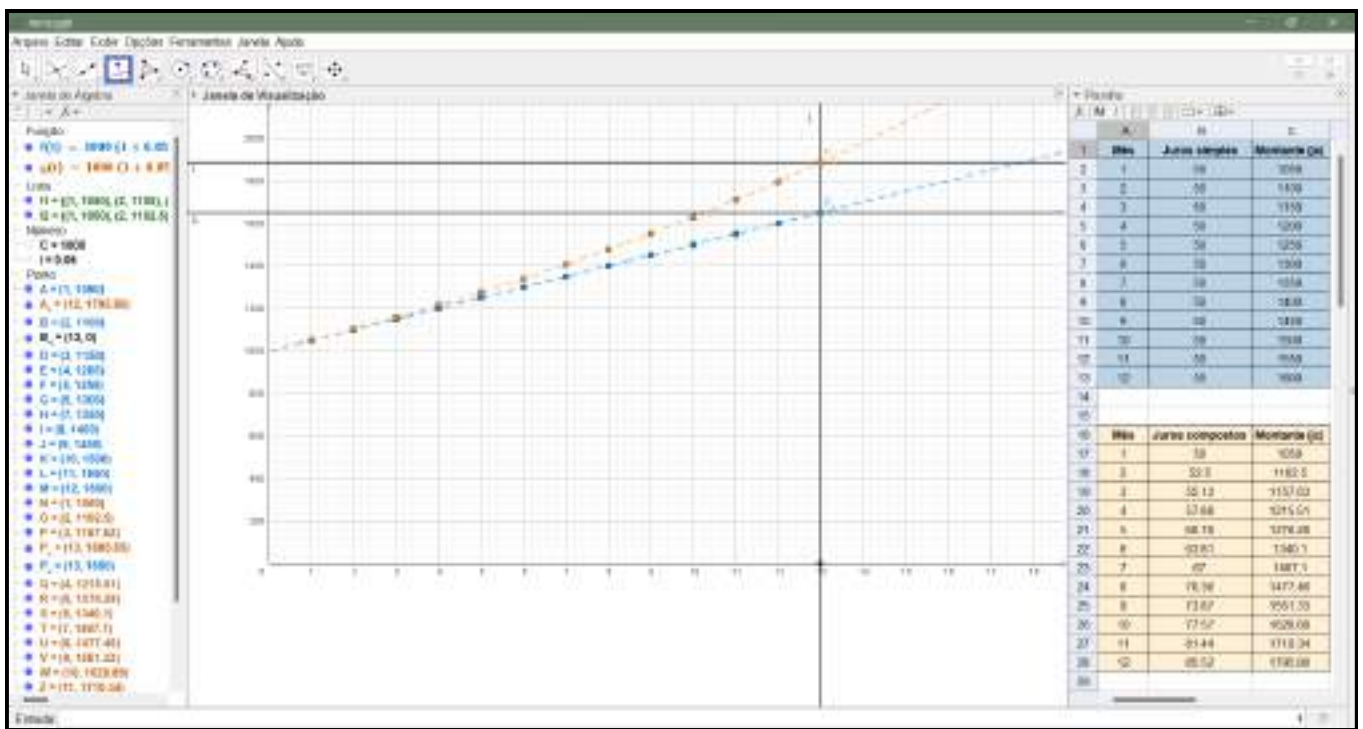
(39) Tecle < Esc >. Com o botão direito do mouse, clique no ponto C_1 e acesse as Propriedades para alterar sua cor para azul, alterar seu estilo para x e, na aba Básico, em Nome, digitar P_s.



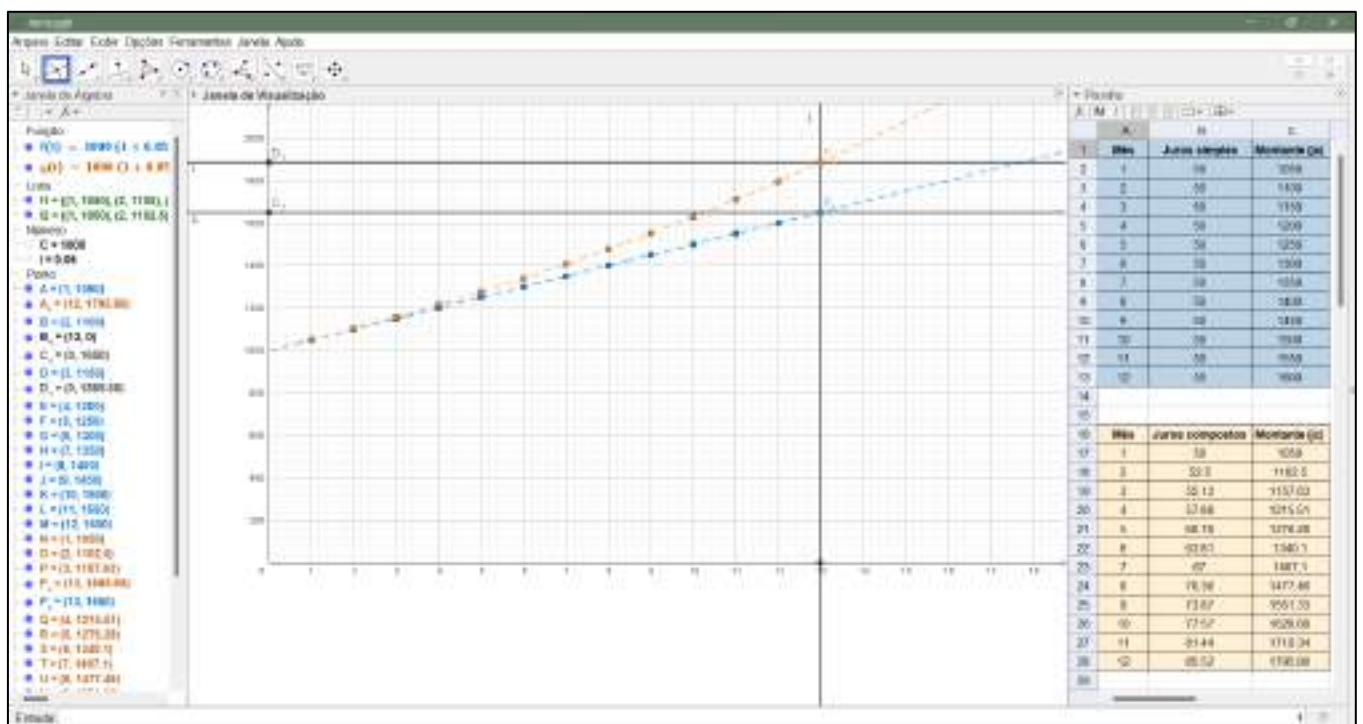
(40) De forma análoga, acesse as Propriedades o ponto D_1 e altere sua cor para laranja, altere seu estilo para x e, na aba Básico, em Nome, digite P_c.



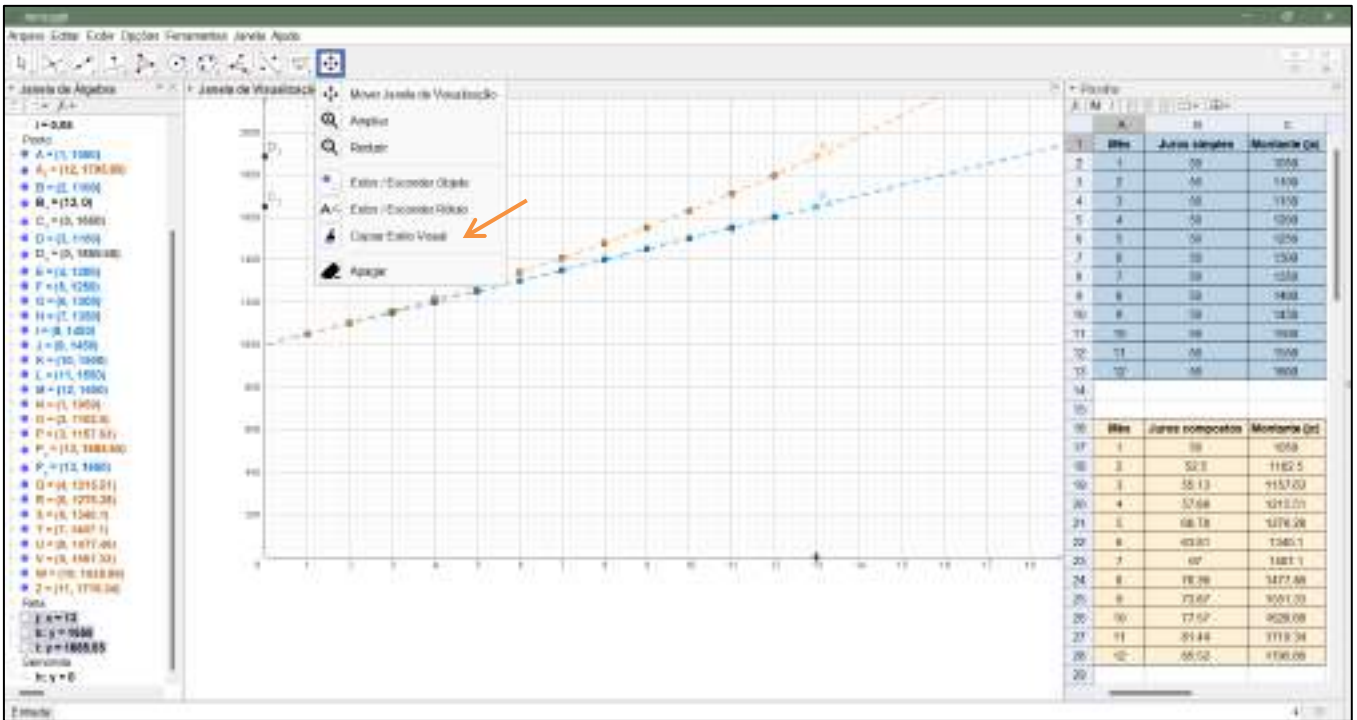
(41) No 4º botão da Barra de Ferramentas, ative a ferramenta Reta Perpendicular, clique em P_s e depois no eixo y. Em seguida, clique em P_c e depois no eixo y. Serão criadas as retas k e l, perpendiculares ao eixo y, passando por P_s e por P_c , respectivamente.



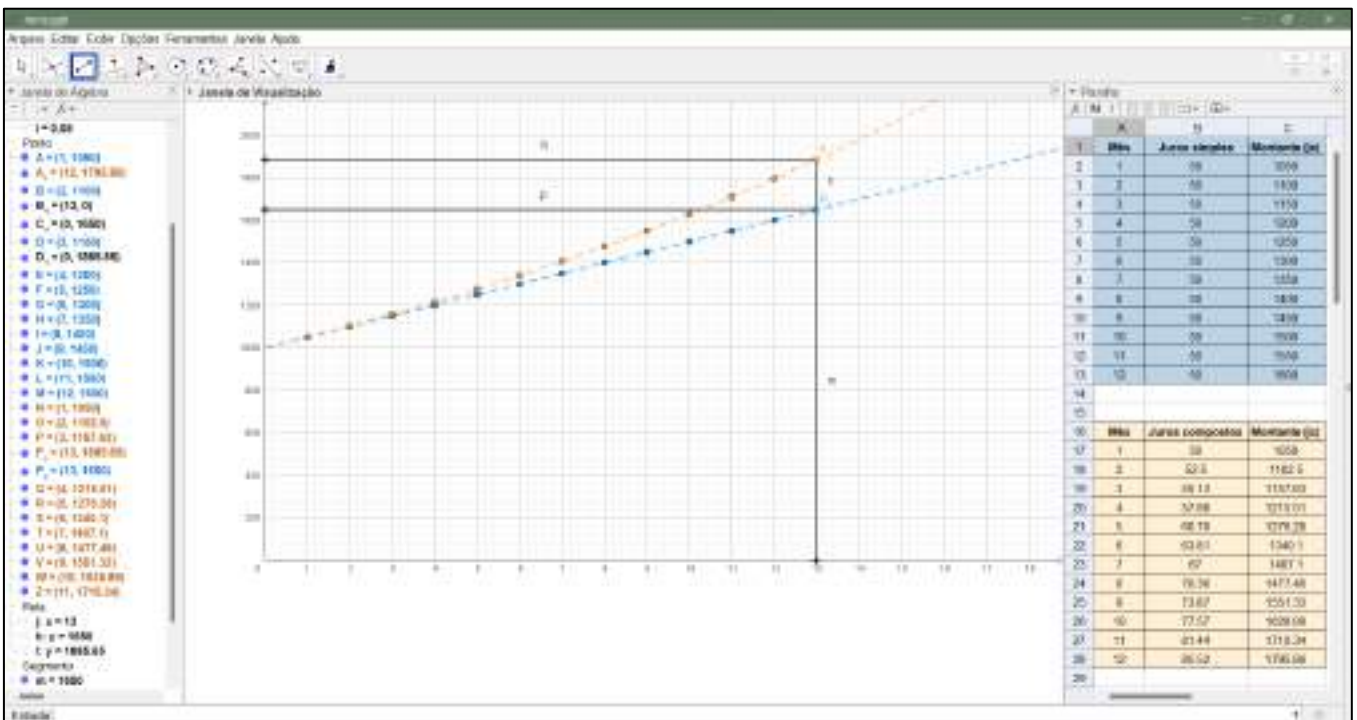
(42) No 2º botão da Barra de Ferramentas, ative a ferramenta Interseção de Dois Objetos para fazer a interseção das retas k e l com o eixo y. Serão criados os pontos C_1 e D_1 .



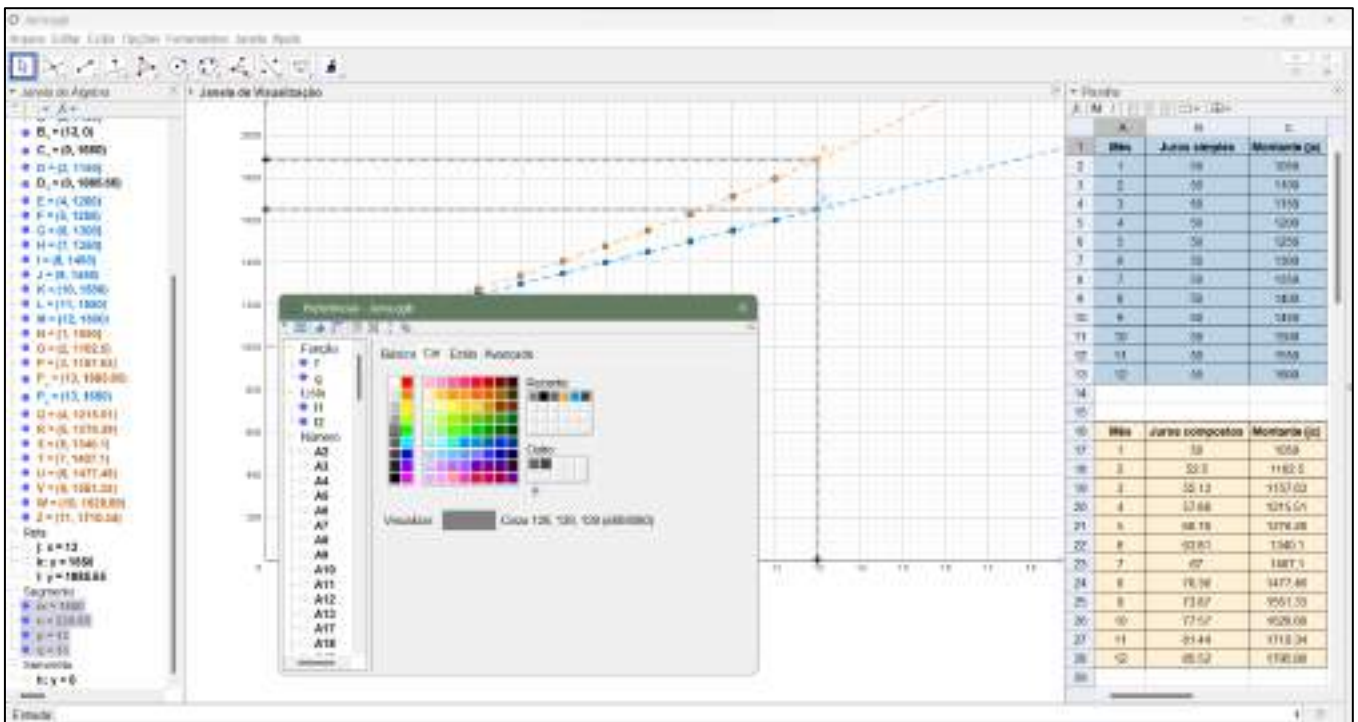
(43) Oculte as retas j, k e l. No último botão da Barra de Ferramentas, ative a ferramenta Copiar Estilo Visual. Em seguida, clique no ponto B₁, depois em C₁ e em D₁.



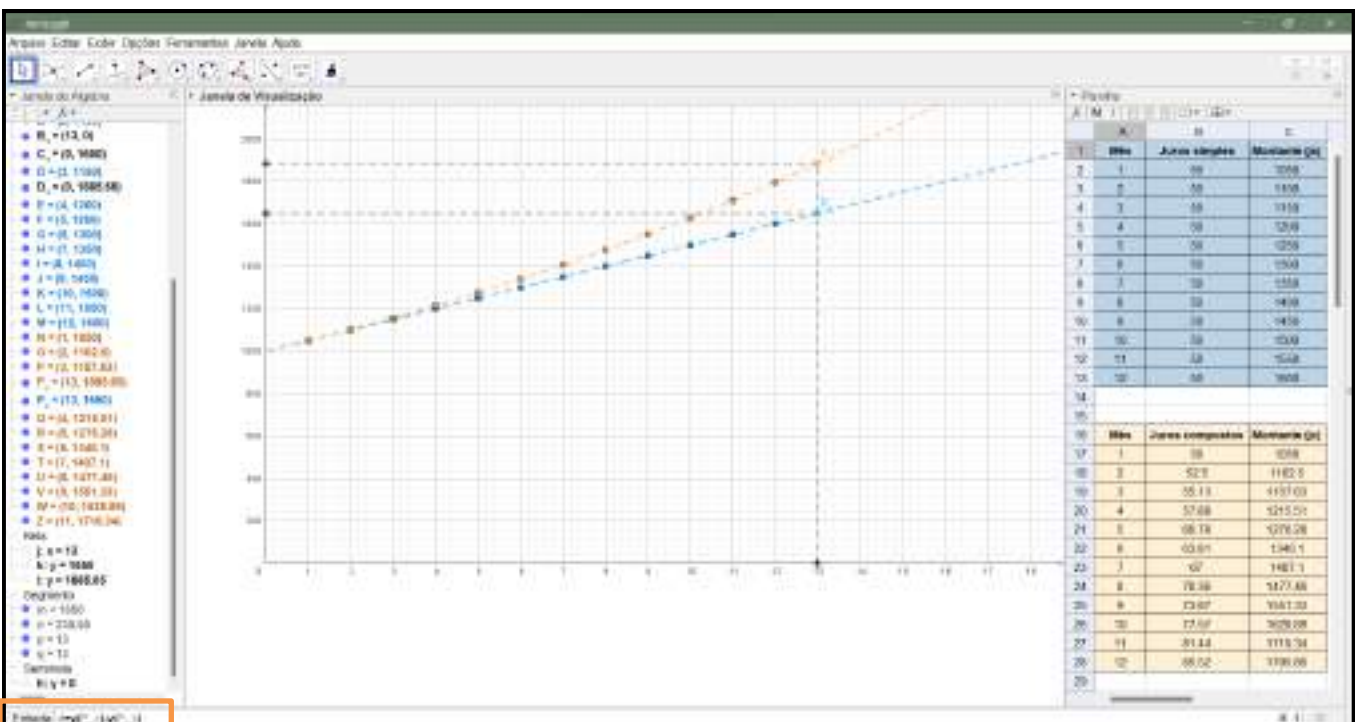
(44) No 3º botão da Barra de Ferramentas, ative a ferramenta Segmento e crie quatro segmentos ligando os pontos: B₁ e P_s; P_s e P_c; P_s e C₁; P_c e D₁.



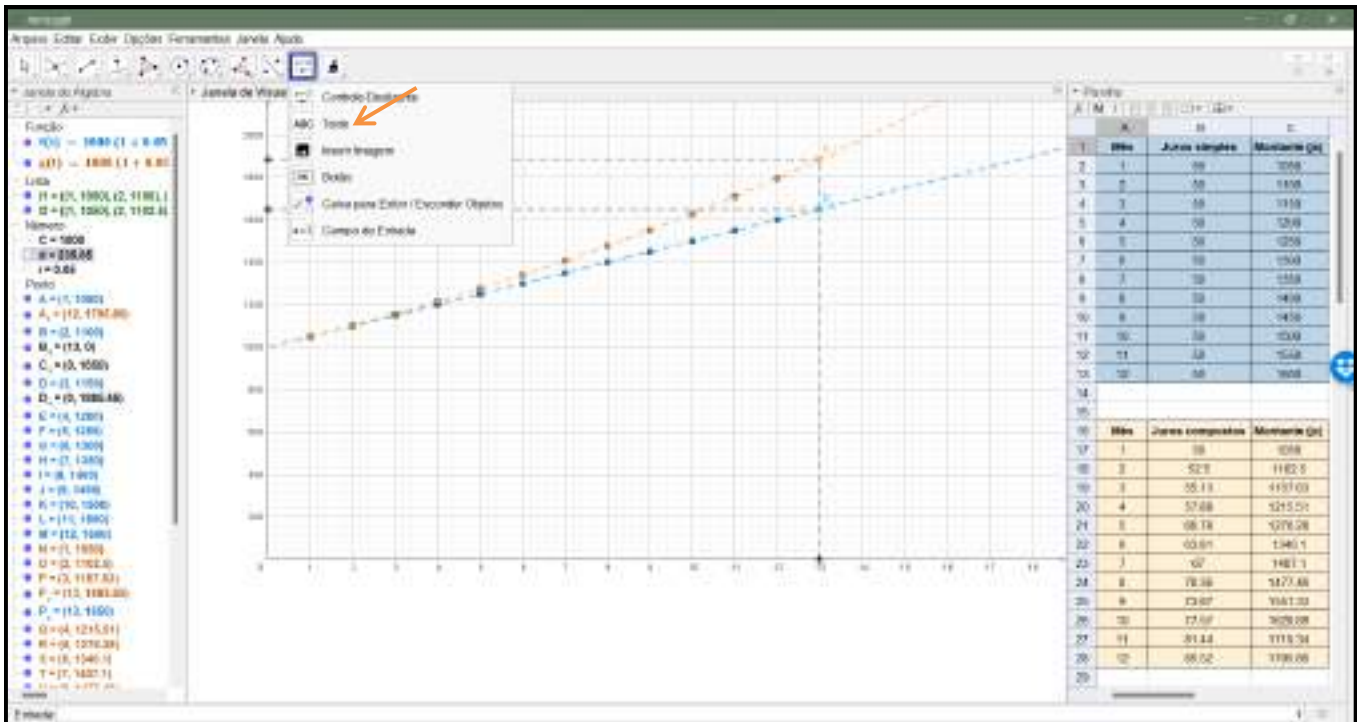
(45) Tecle < Esc >. Na Janela de Álgebra, clique na palavra Segmento e, com o botão direito do mouse, acesse as Propriedades dessa seleção. Na aba Básico, desmarque a opção Exibir Rótulo; na aba Estilo, escolha o tracejado e, na aba Cor, escolha uma cor cinza.



(46) Agora queremos criar um texto que mostre, na Janela de Visualização, a diferença dos montantes (calculados por juros compostos e simples), e atualize o valor à medida que o ponto B₁ desliza sobre a parte positiva do eixo x. No Campo de Entrada, digite $d=y(P_c)-y(P_s)$.



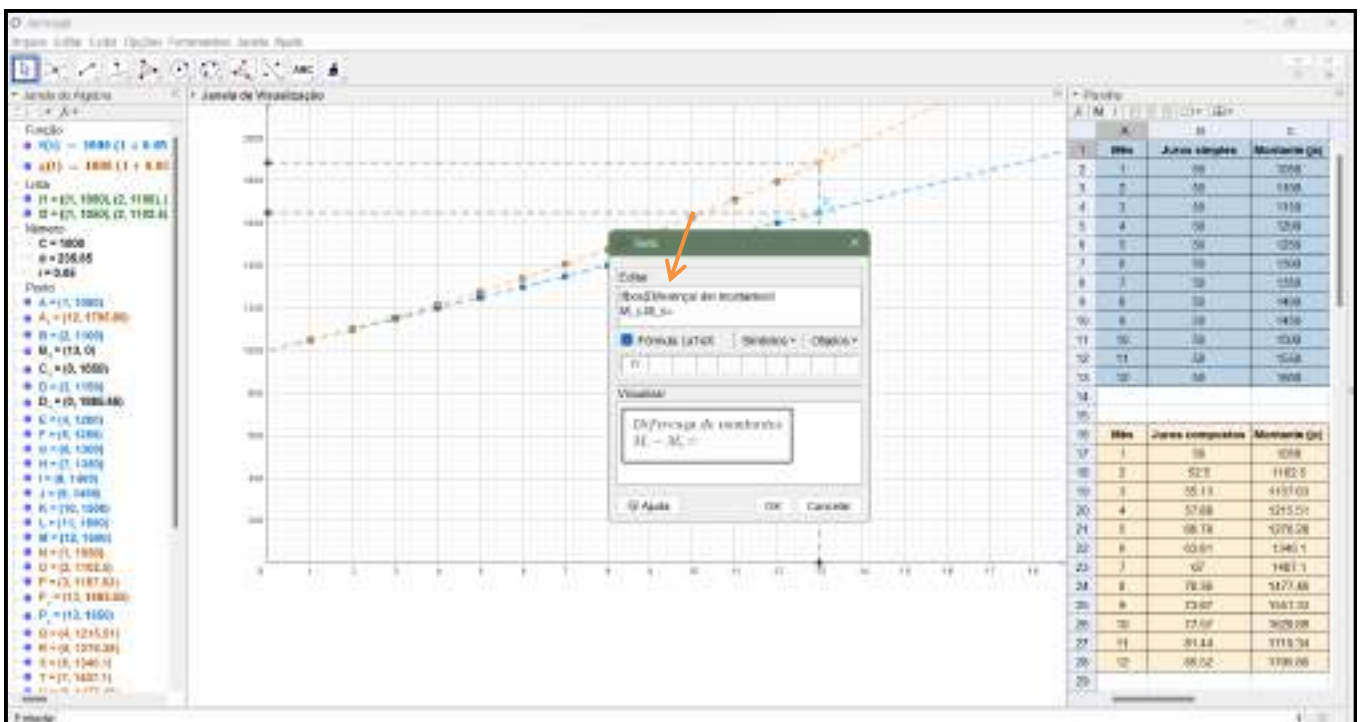
(47) No penúltimo botão da Barra de Ferramentas, clique na 2ª opção para criar um Texto.



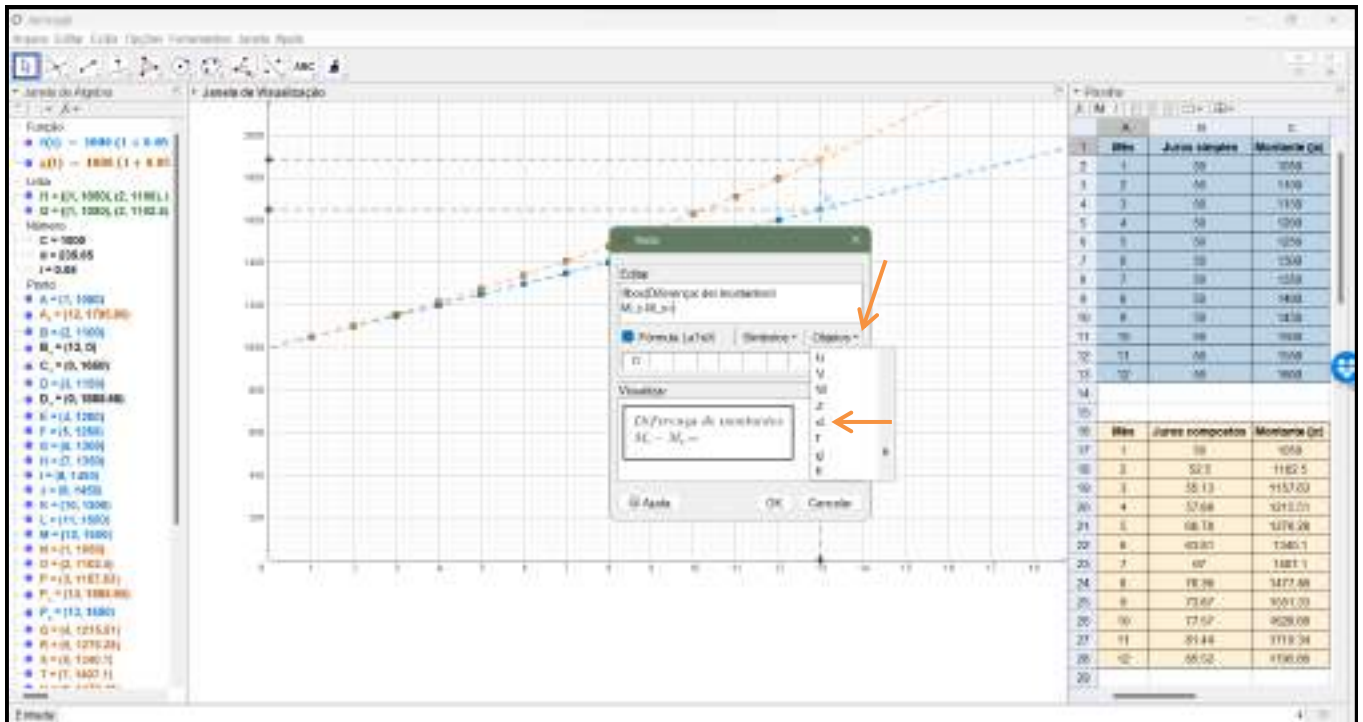
(48) Clique em algum ponto abaixo do eixo x e será aberta uma caixa de diálogo. Marque a opção Fórmula LaTeX e, no campo Editar, digite o comando LaTeX:

$$\backslash\mathbf{box}\{\text{Diferença de montantes}\}$$

$$M_c - M_s =$$



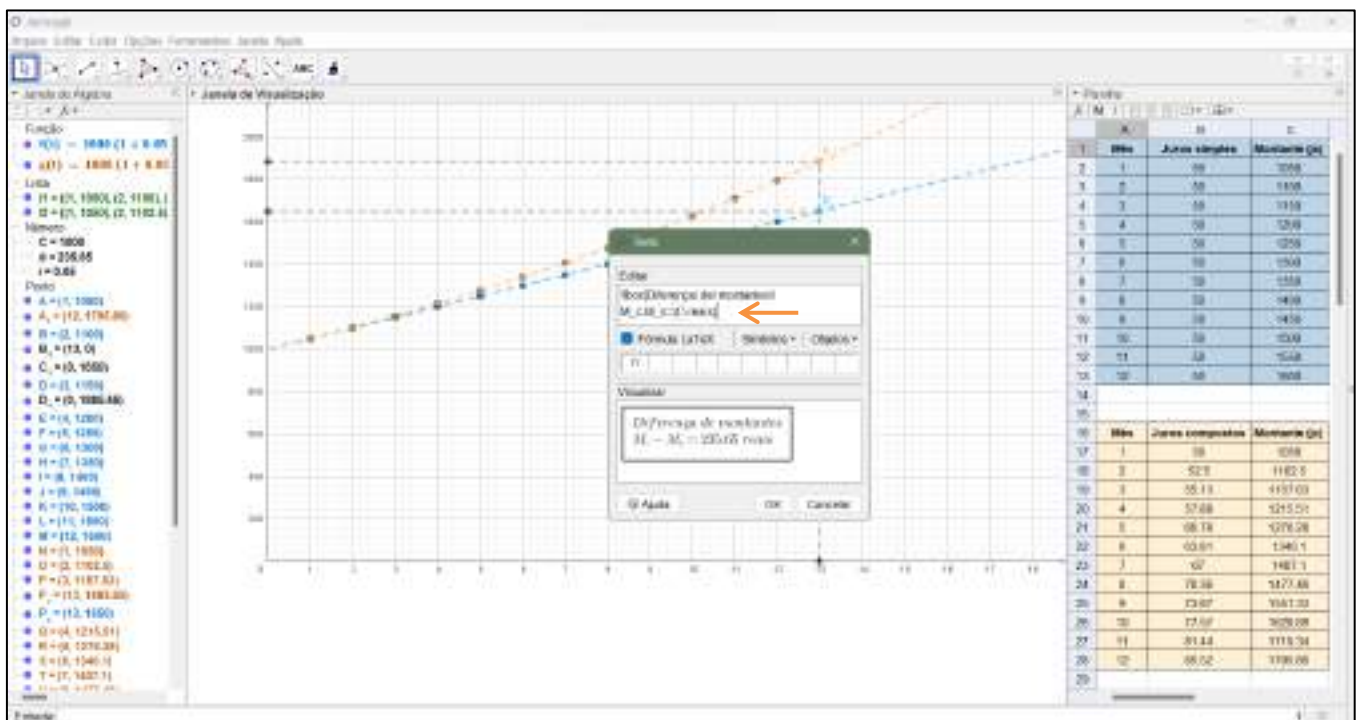
(49) Para continuar o texto, clique no menu Objetos e escolha d na lista de objetos apresentados.



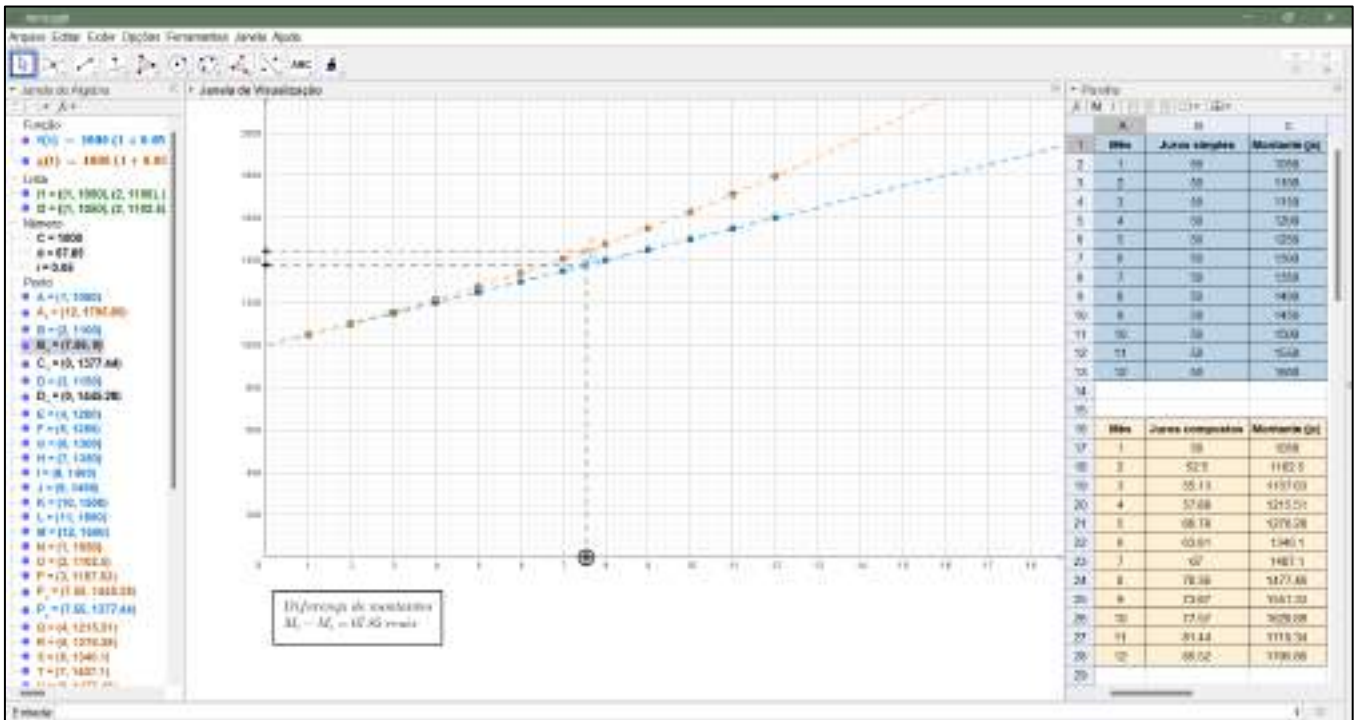
(50) Observe que no campo Editar aparecerá uma borda clarinha ao redor do objeto d. Para finalizar o texto, digite em seguida:

\ reais}

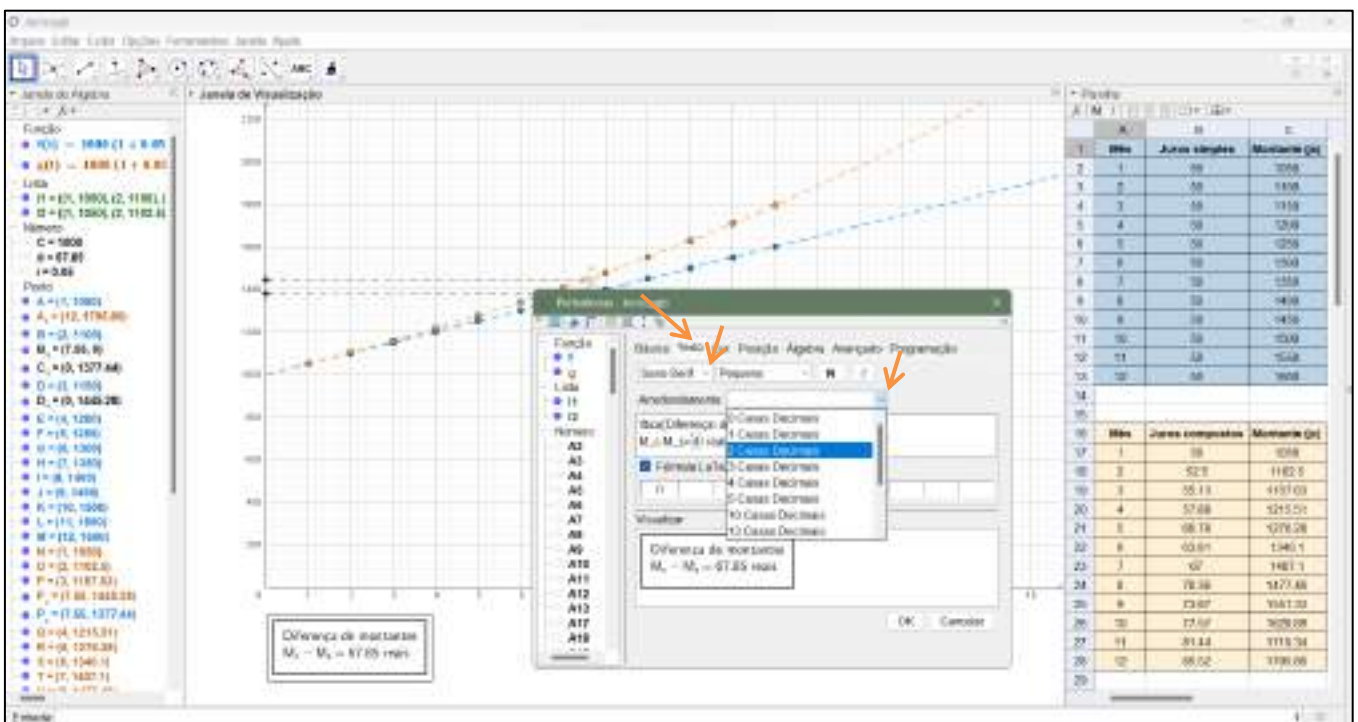
Observe o campo Visualizar, onde você verá uma prévia de como está o texto digitado com os comandos LaTeX.



(51) Clique em OK e depois tecele < **Esc** >. Deve aparecer uma caixa de texto como a ilustrada abaixo (para arrastar essa caixa de texto na tela, clique e mantenha pressionado o botão esquerdo do mouse, levando a caixa para a posição que quiser). Teste esse texto dinâmico: ao movimentar o ponto B₁ no eixo x, o valor da diferença entre os montantes é atualizado.



(52) Com o botão direito do mouse sobre o texto, vamos configurá-lo, acessando as Propriedades. Na aba Texto, altere a fonte para Sans-Serif e o Arredondamento para 2 casas decimais. Depois clique em OK e feche a janela de Preferências.

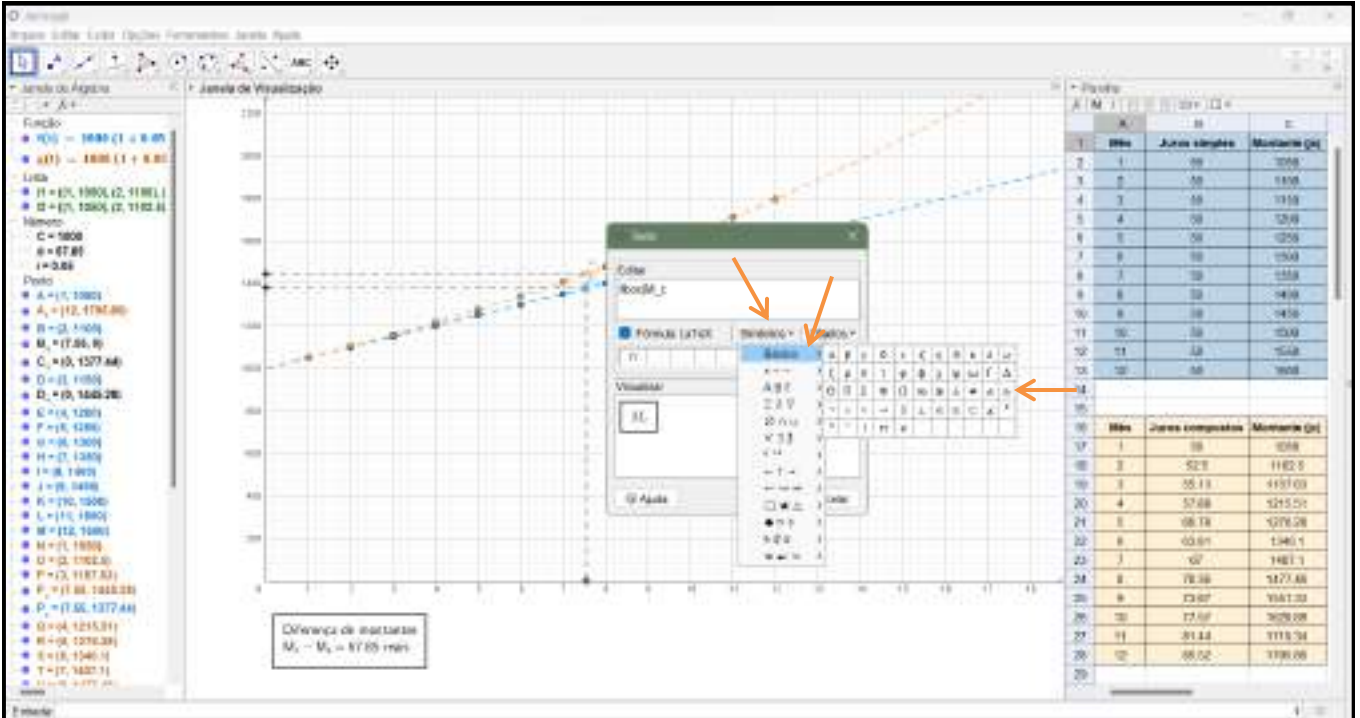


Observe que $Dif. \geq 0$, para $t \geq 1$, e que $Dif. < 0$, para $0 < t < 1$.

(53) Vamos criar dois textos, para indicarem que o sinal dessa diferença vai depender de t. No penúltimo botão da Barra de Ferramentas, ative a ferramenta Texto e clique num ponto à direita do primeiro texto já criado. Na caixa de diálogo que se abre, no campo Editar, digite:

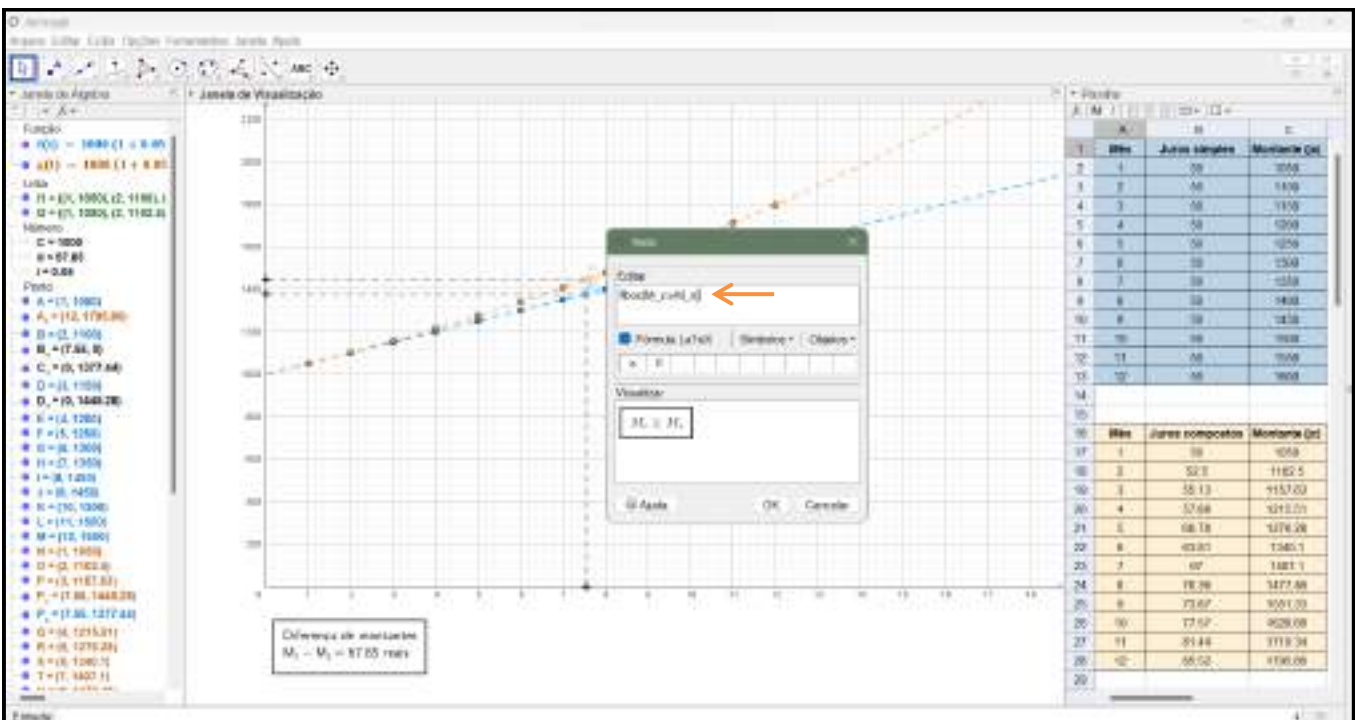
$$\backslash\text{fbox}\{M_c$$

Na sequência, em Símbolos, abra o menu Básico e clique no sinal \geq .



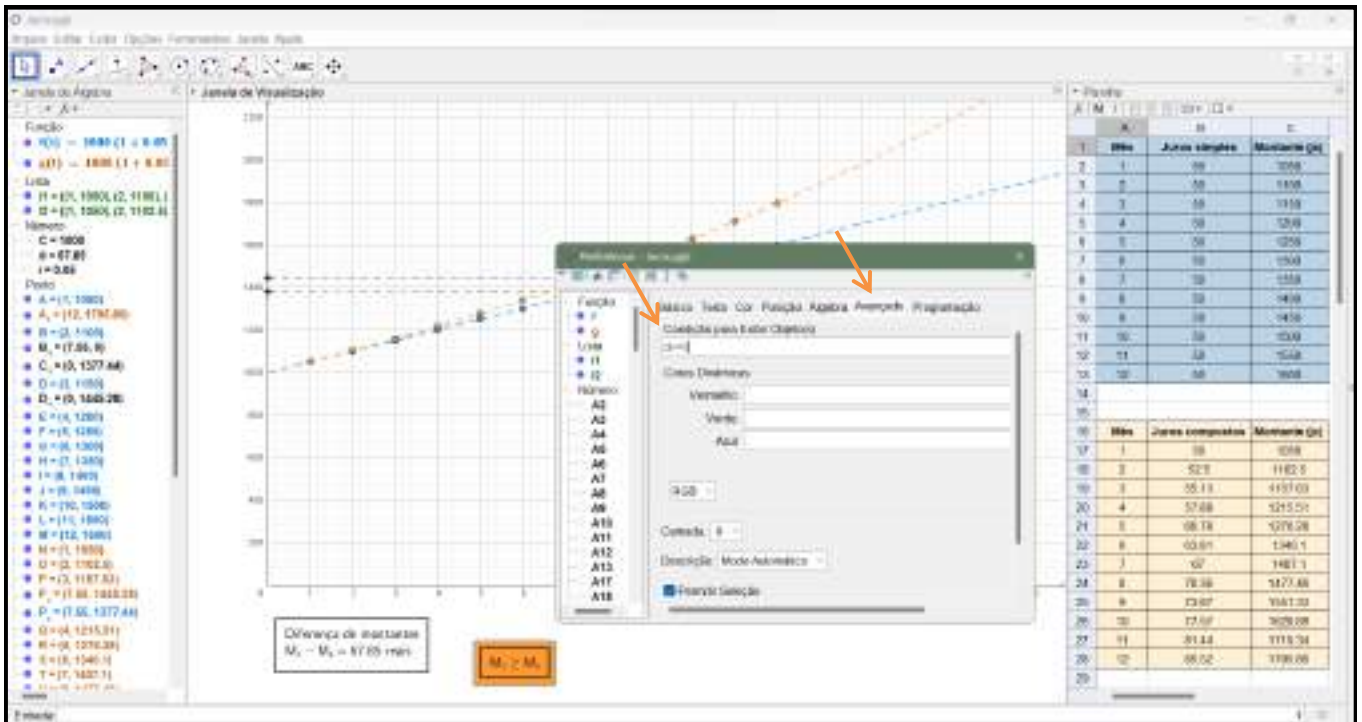
(54) No campo Editar, após o \geq , continue a digitação:

$$M_s\}$$

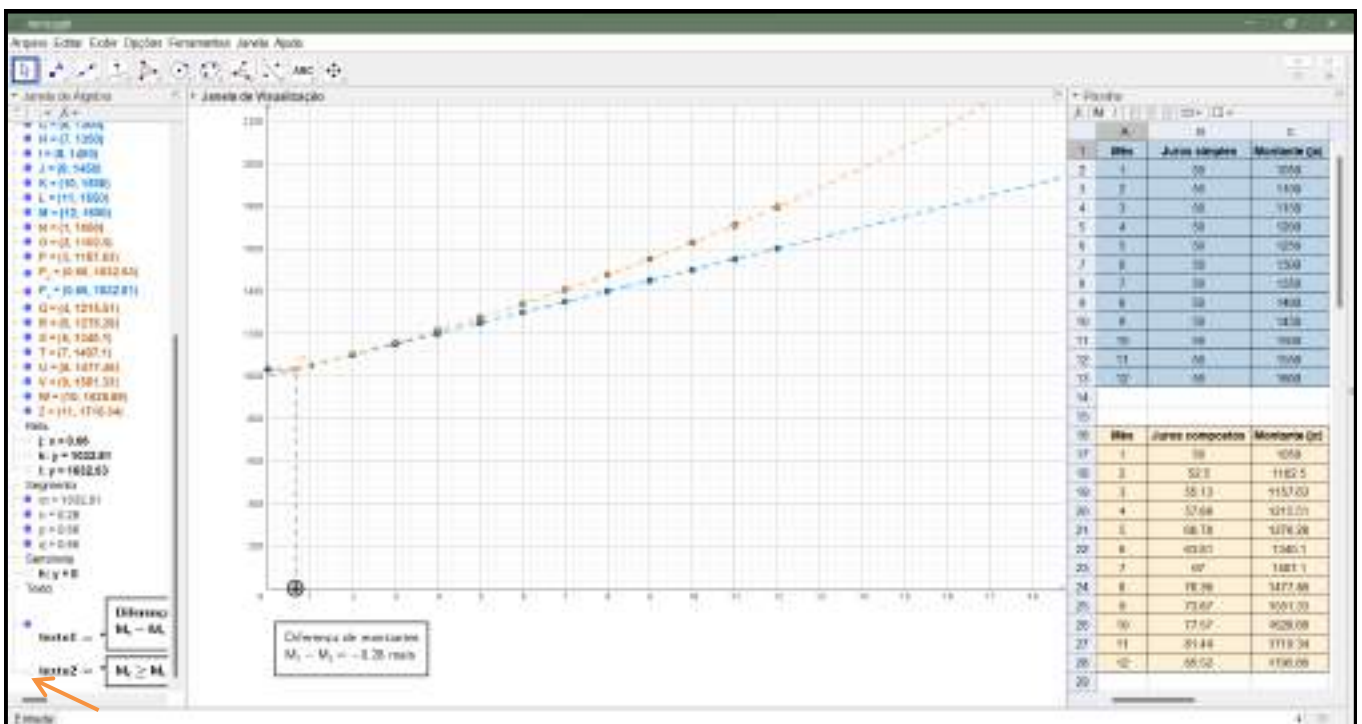


(55) Clique em OK e tecla < Esc >. Com o botão direito do mouse em cima desse novo texto, acesse as Propriedades, altere o Texto para Sans-Serif e a Cor de Fundo para laranja. Depois, na aba Avançado, em Condição para Exibir Objeto, digite:

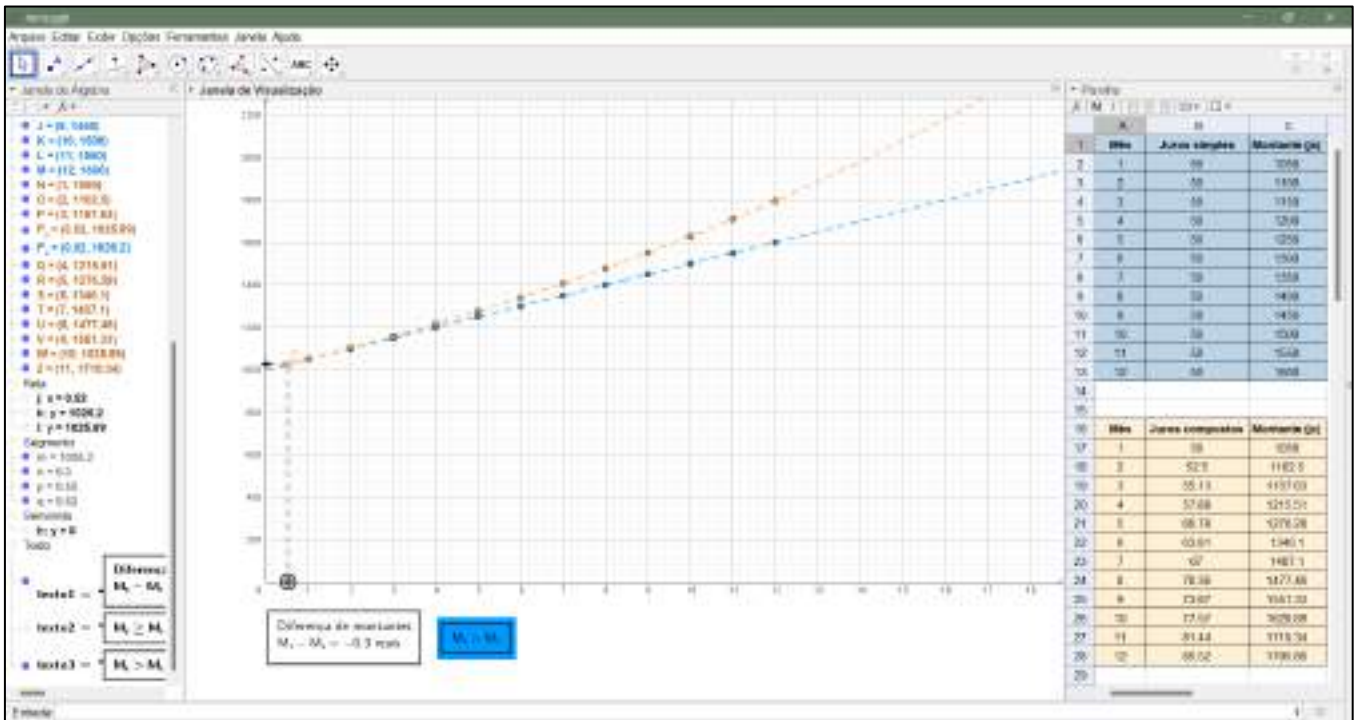
$$d \geq 0$$



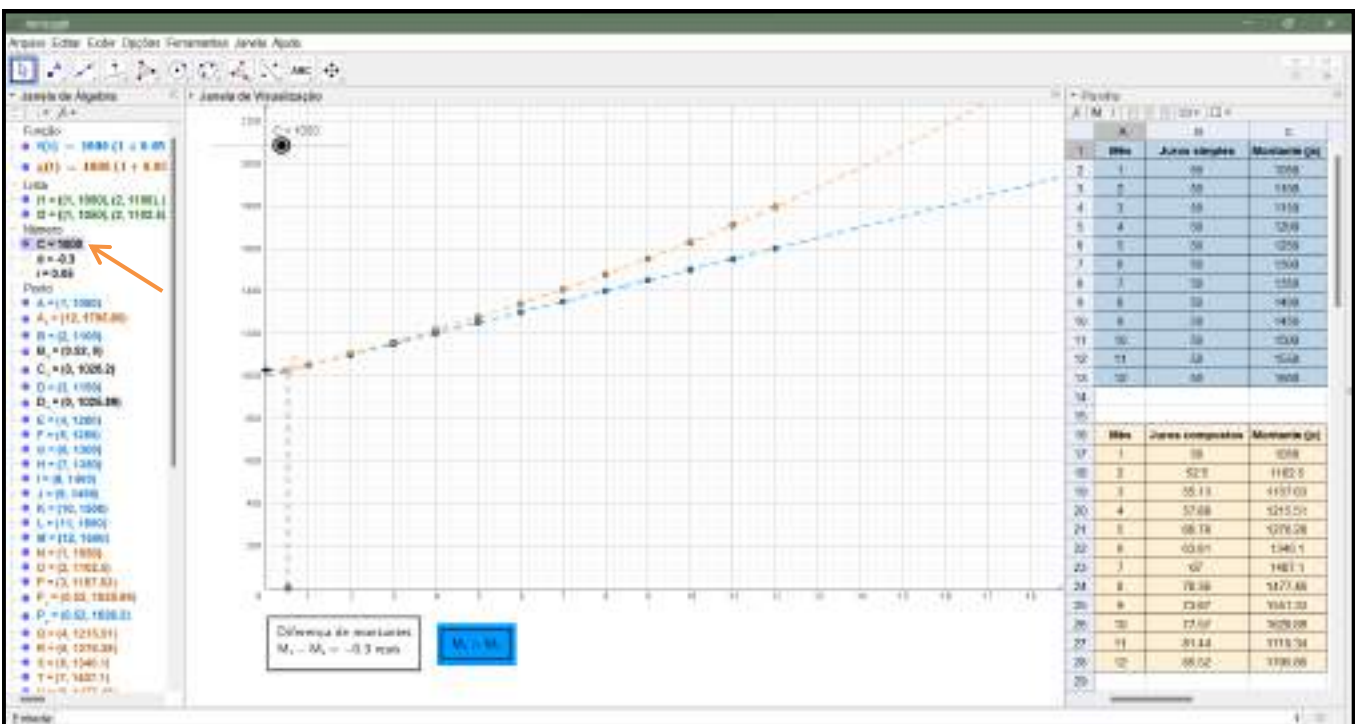
(56) Feche a janela. Agora teste a condição, deslizando o ponto B_1 no eixo x. Observe que, quando B_1 varia entre 0 e 1, o texto laranja desaparece da visualização (mas continua na Janela de Álgebra) e a diferença de montantes fica negativa.



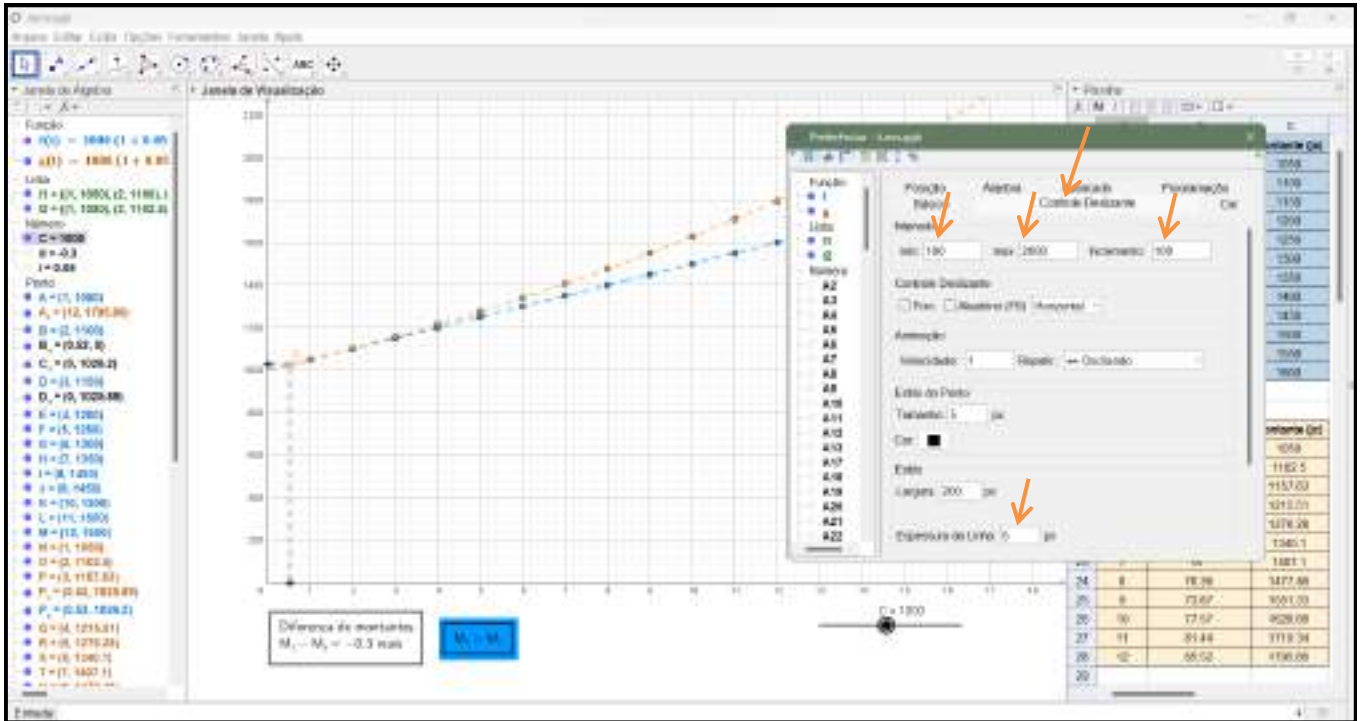
(57) Repita o mesmo procedimento, criando texto análogo na cor azul (digitando $M_s > M_c$), mas com a condição para exibi-lo quando $d < 0$. Faça o teste, deslizando o ponto B_1 no eixo x. O texto azul será exibido quando $0 < t < 1$ e o texto laranja, quando $t \geq 1$. Com o mouse, arraste e reposicione os dois textos, de forma a ficar um sobre o outro.



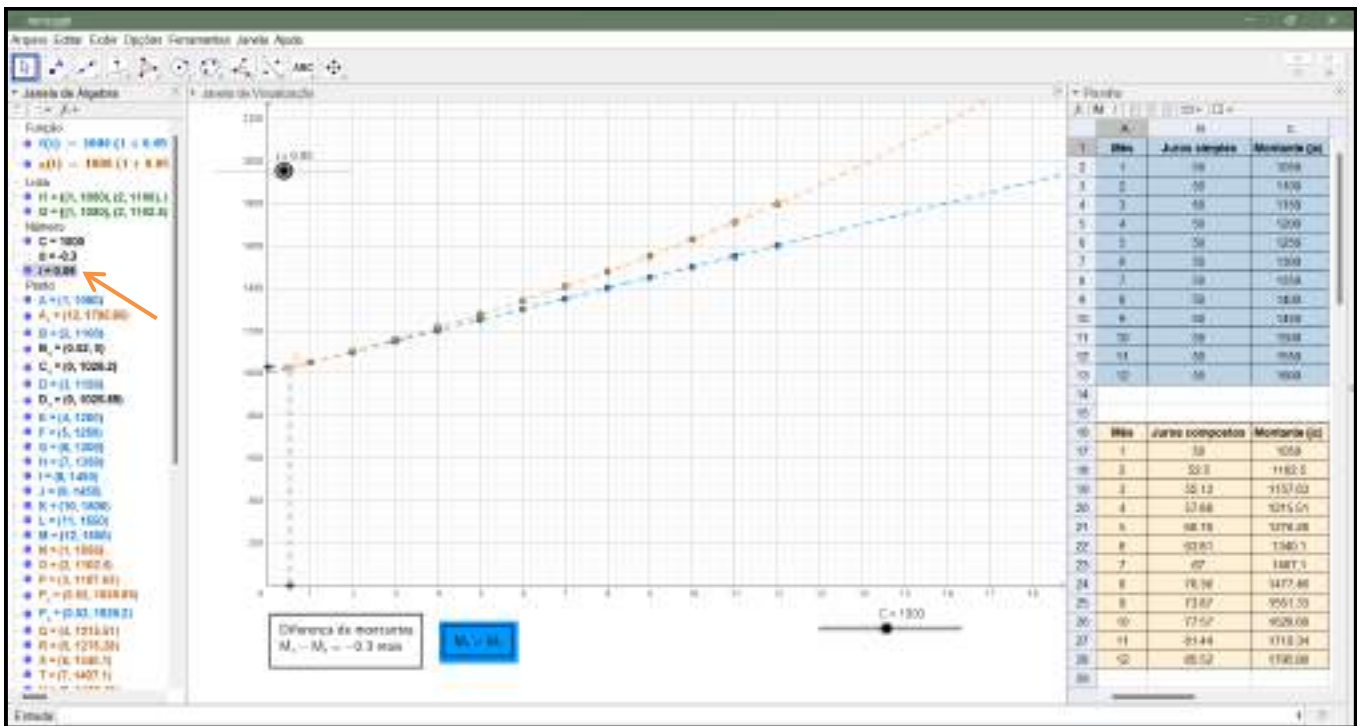
(58) Agora vamos deixar o capital inicial C e a taxa i como controles deslizantes, que possam ser manipulados pelo usuário. Na Janela de Álgebra, clique para exibir o número C (a “bolinha” ao lado dele ficará azul e o controle deslizante C aparecerá na Janela de Visualização).



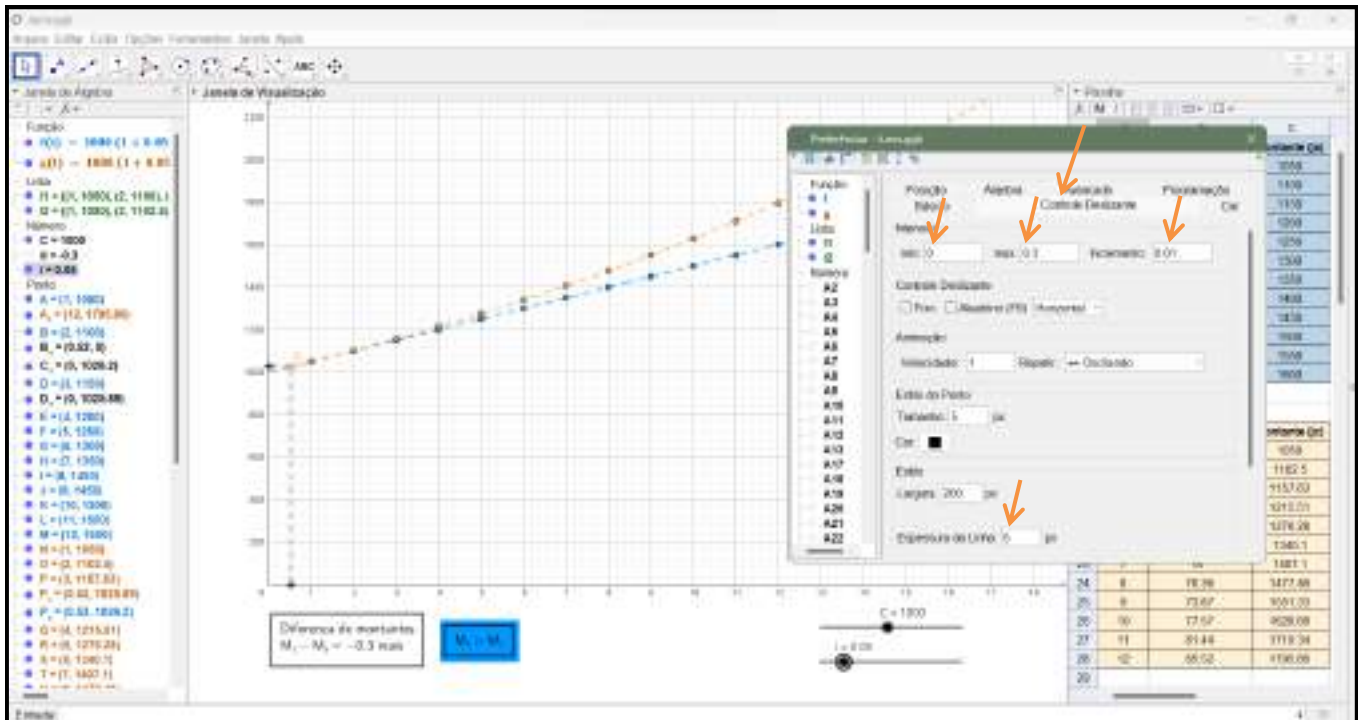
(59) Com o botão esquerdo do mouse, arraste e posicione o controle C num local à direita dos textos criados. Ative as Propriedades do controle C, altere seu mínimo para 100 e seu máximo para 2000, com incremento 100. Mais abaixo, deixe a Espessura da Linha em 5 px. Depois feche essa janela. Teste, deslizando o controle C e observando os efeitos nas tabelas e nos gráficos.



(60) De forma análoga, exiba o número i na Janela de Visualização.



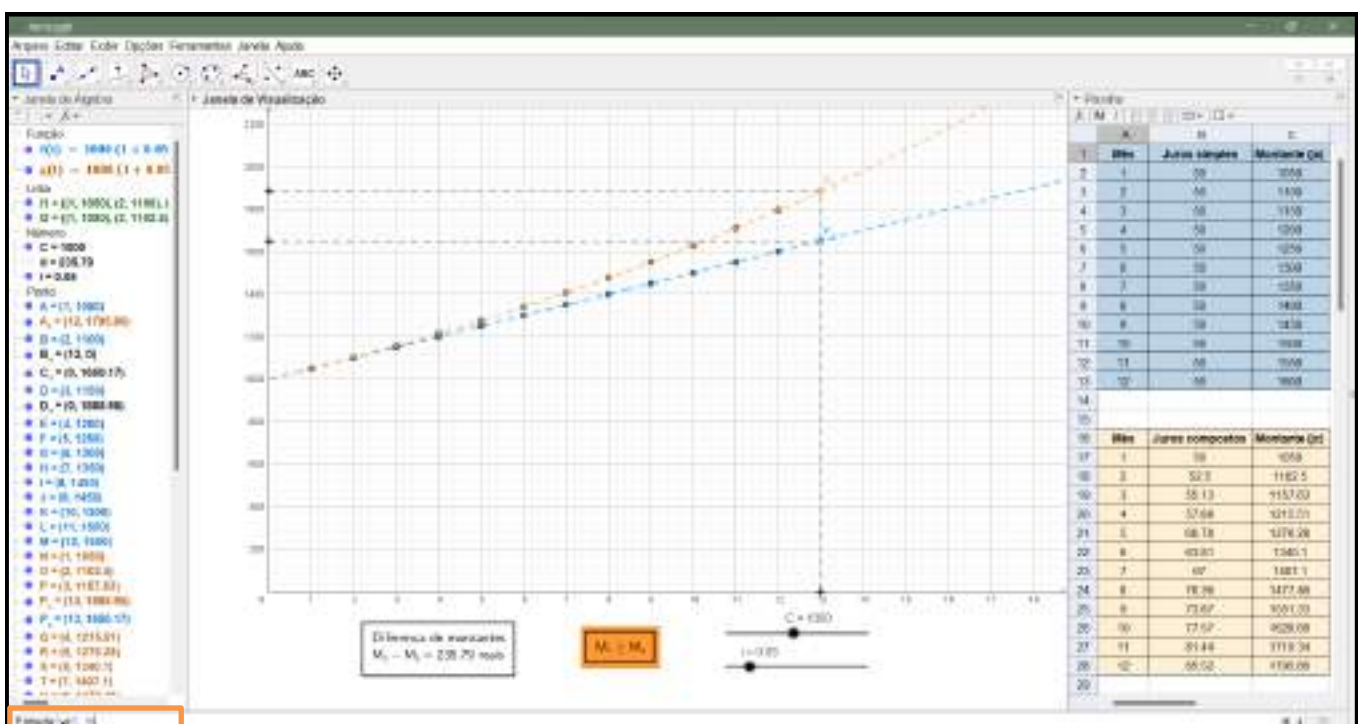
(61) Com o botão esquerdo do mouse, arraste e posicione o controle i abaixo do controle C . Ative as Propriedades do controle i , altere seu mínimo para 0 e seu máximo para 0.3, com incremento 0.01. Em Espessura da Linha, altere para 5 px. Depois feche essa janela. Teste, deslizando o controle i e observando os efeitos nas tabelas e nos gráficos.



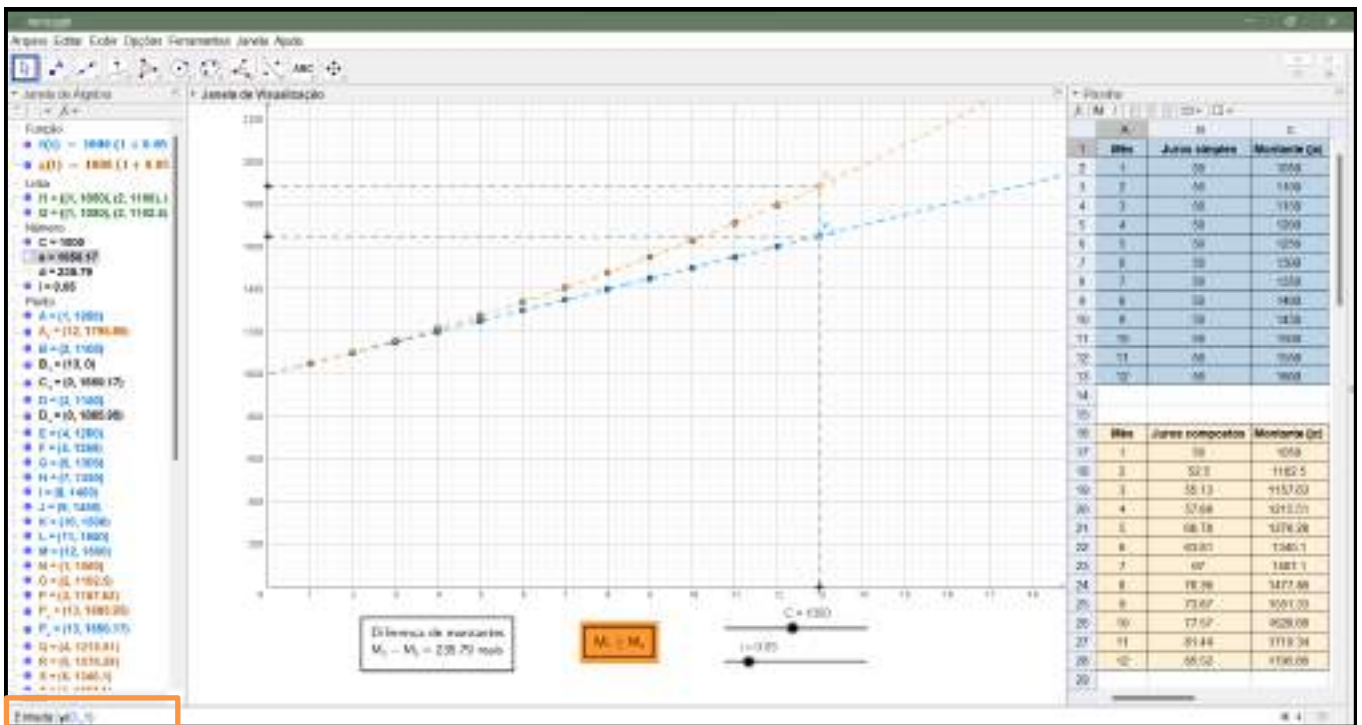
Hora de explorar a construção para refletir sobre capital inicial, taxa, tempo de aplicação, e a relação dos juros simples e compostos com as funções afim e exponencial.

Obs. 1: Caso tenhamos tempo, segue mais uma forma interessante de utilizar textos dinâmicos.

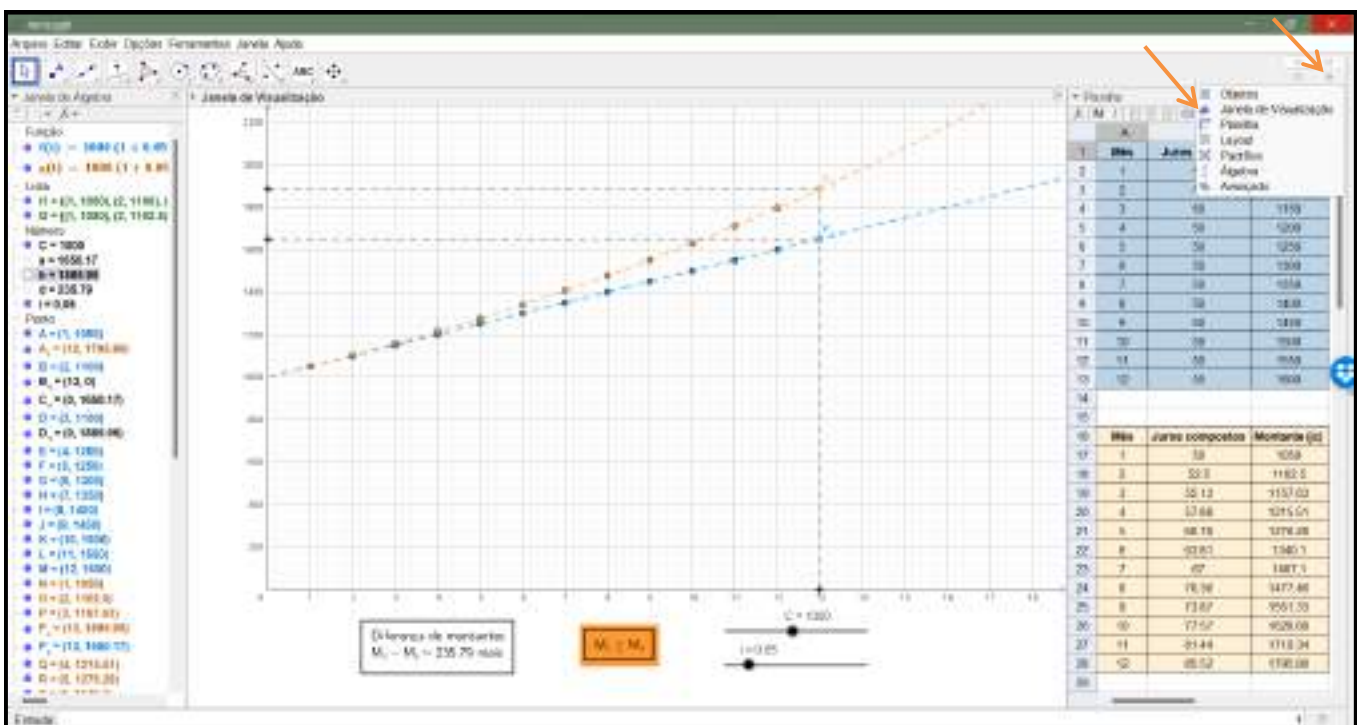
(62) Vamos preparar o caminho para criar dois textos dinâmicos, para destacar o valor de cada montante no eixo y, de forma que esses valores deslizem, juntamente com os pontos C_1 and D_1 . No Campo de Entrada, digite $y(C_1)$ e dê < **Enter** >. Será criado um número a na Janela de Álgebra.



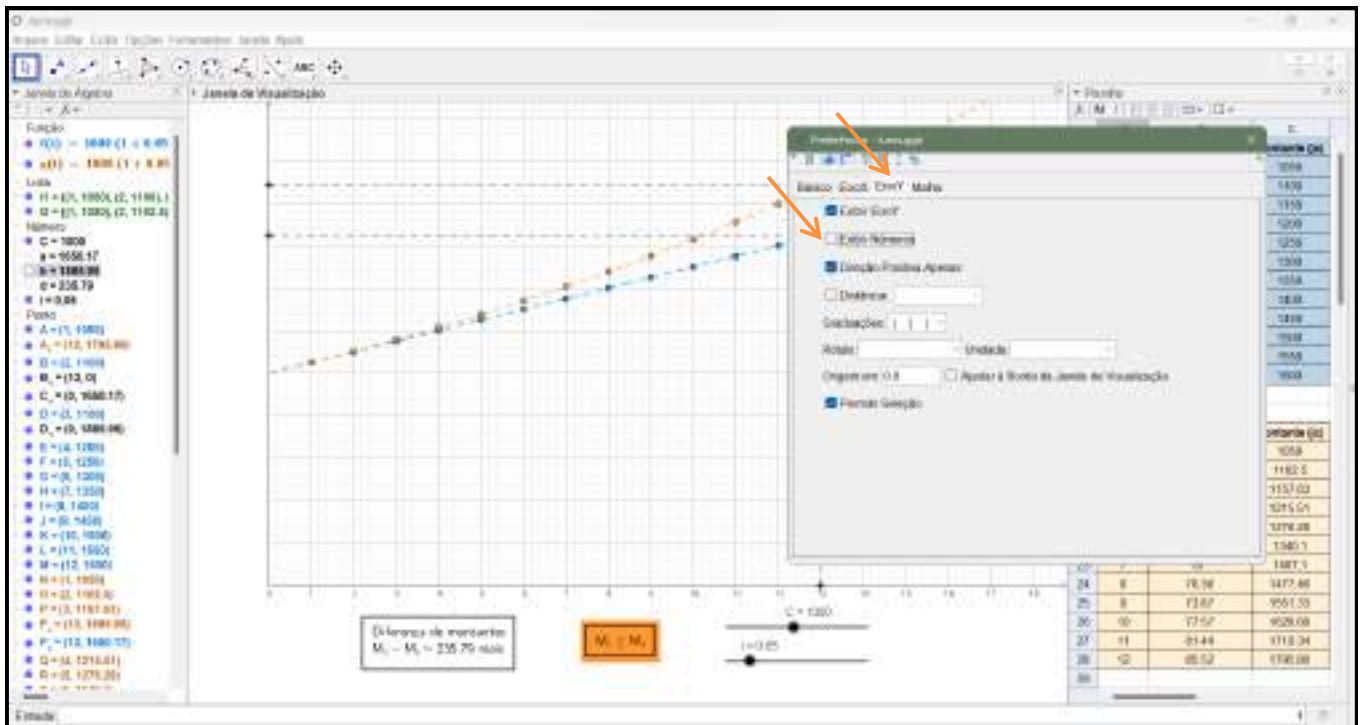
(63) No Campo de Entrada, digite $y(D_1)$ e dê < **Enter** >. Será criado um número b na Janela de Álgebra.



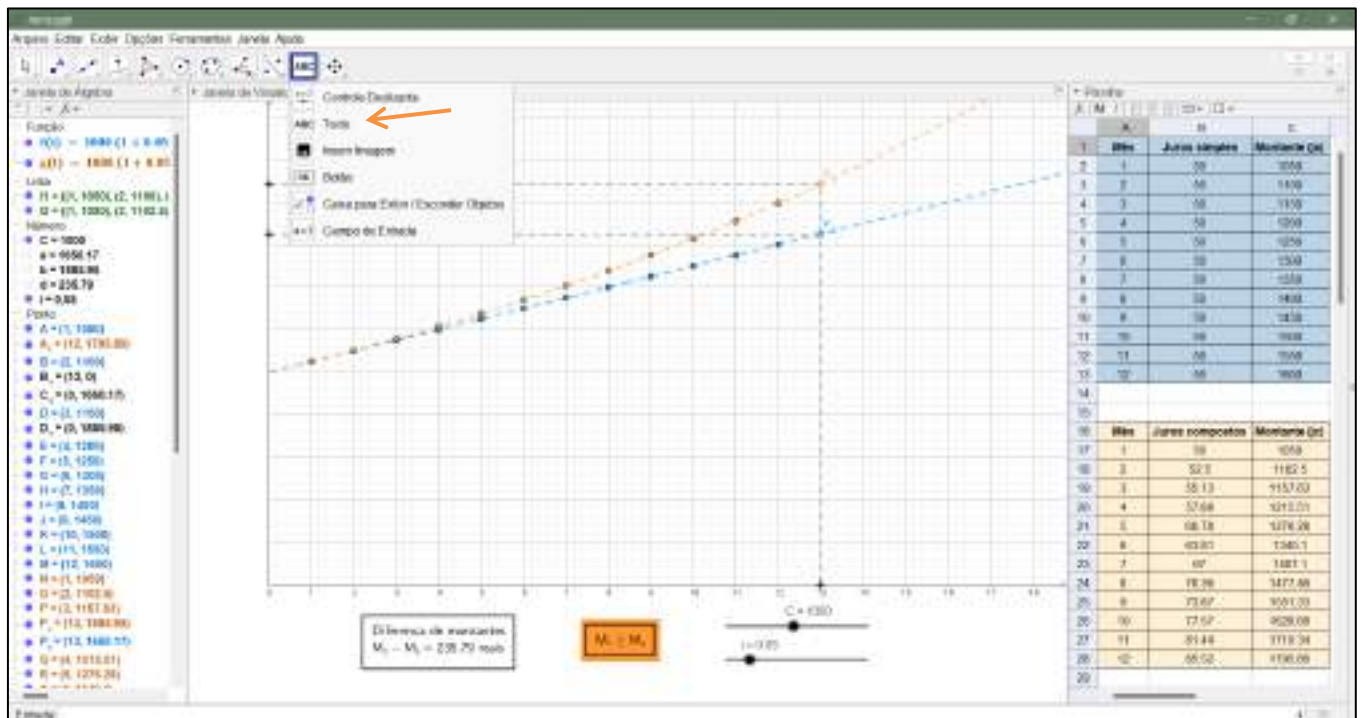
(64) Vamos esconder os números na escala de valores do eixo y. No canto superior direito, clique em Preferências (é o símbolo de uma engrenagem) e, no menu que se abre, clique em Janela de Visualização.



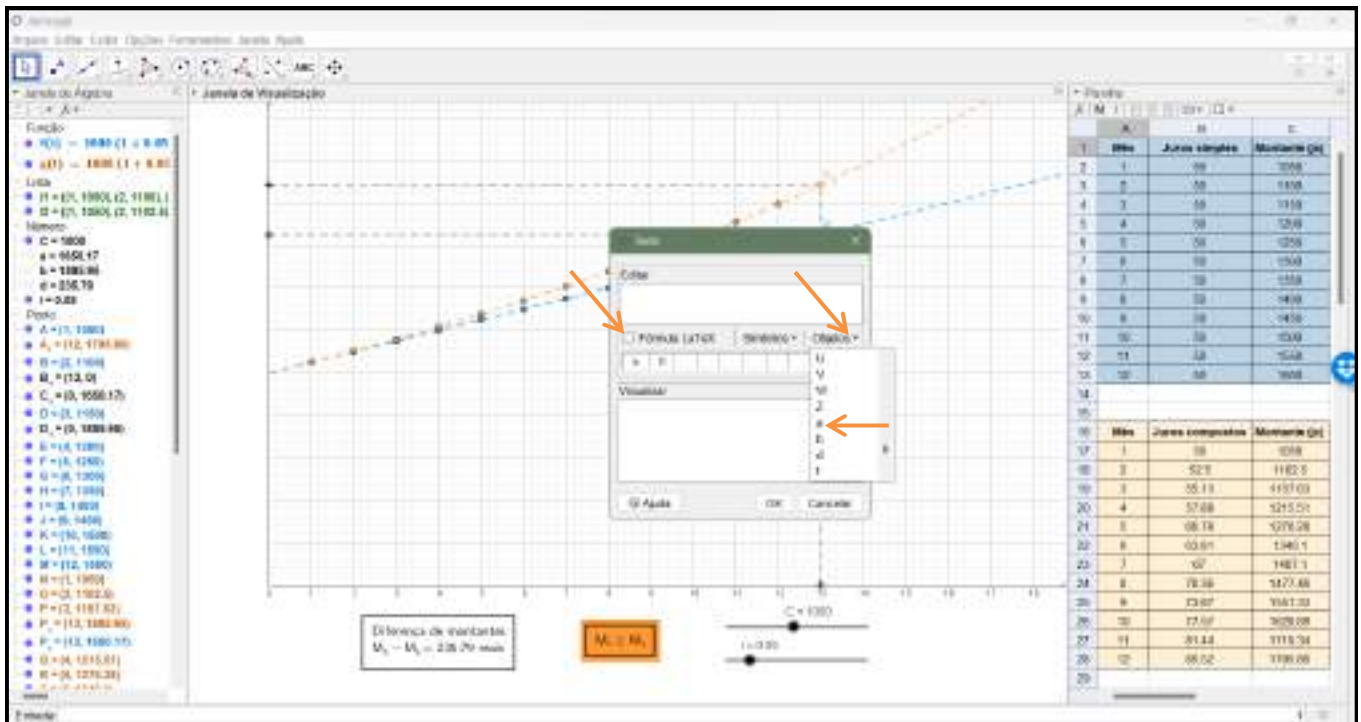
(65) Na janela que se abre, clique na aba EixoY e desmarque a opção Exibir Números. Você verá que a escala no eixo y não será mais exibida.



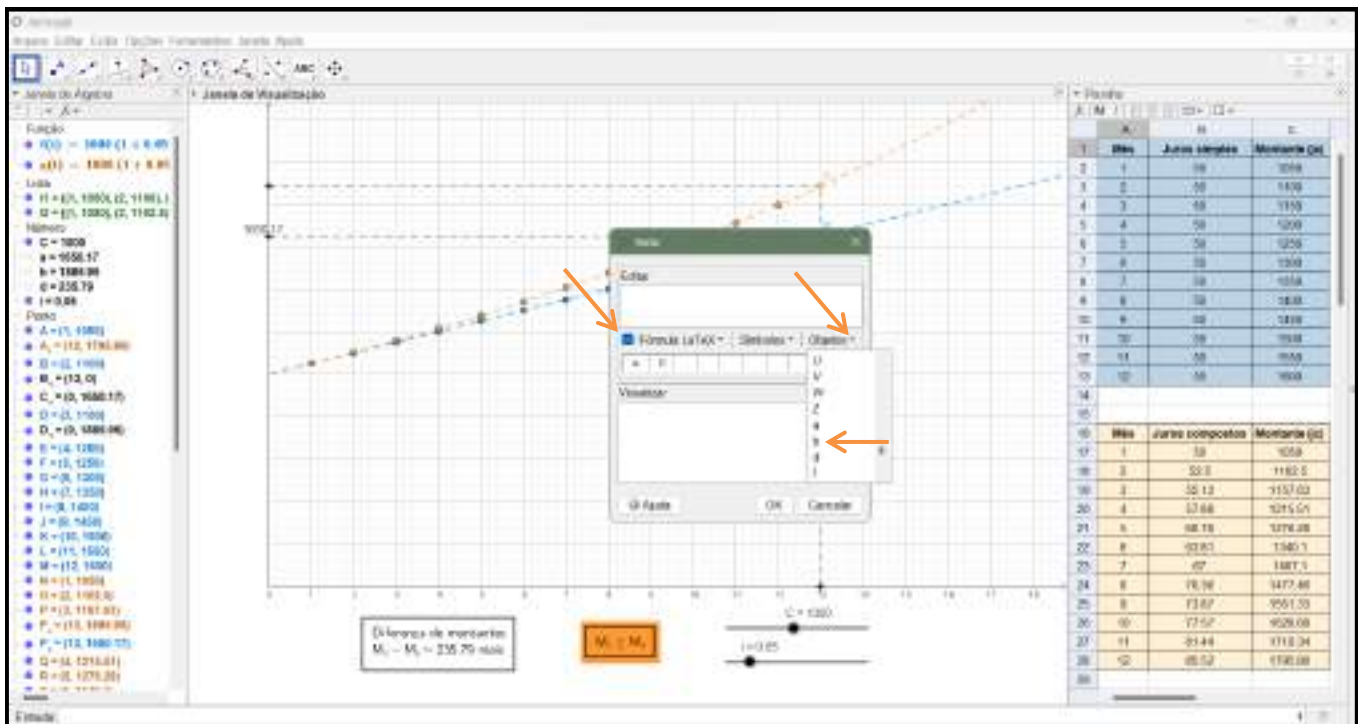
(66) Na Barra de Ferramentas, penúltimo botão, clique em Texto.



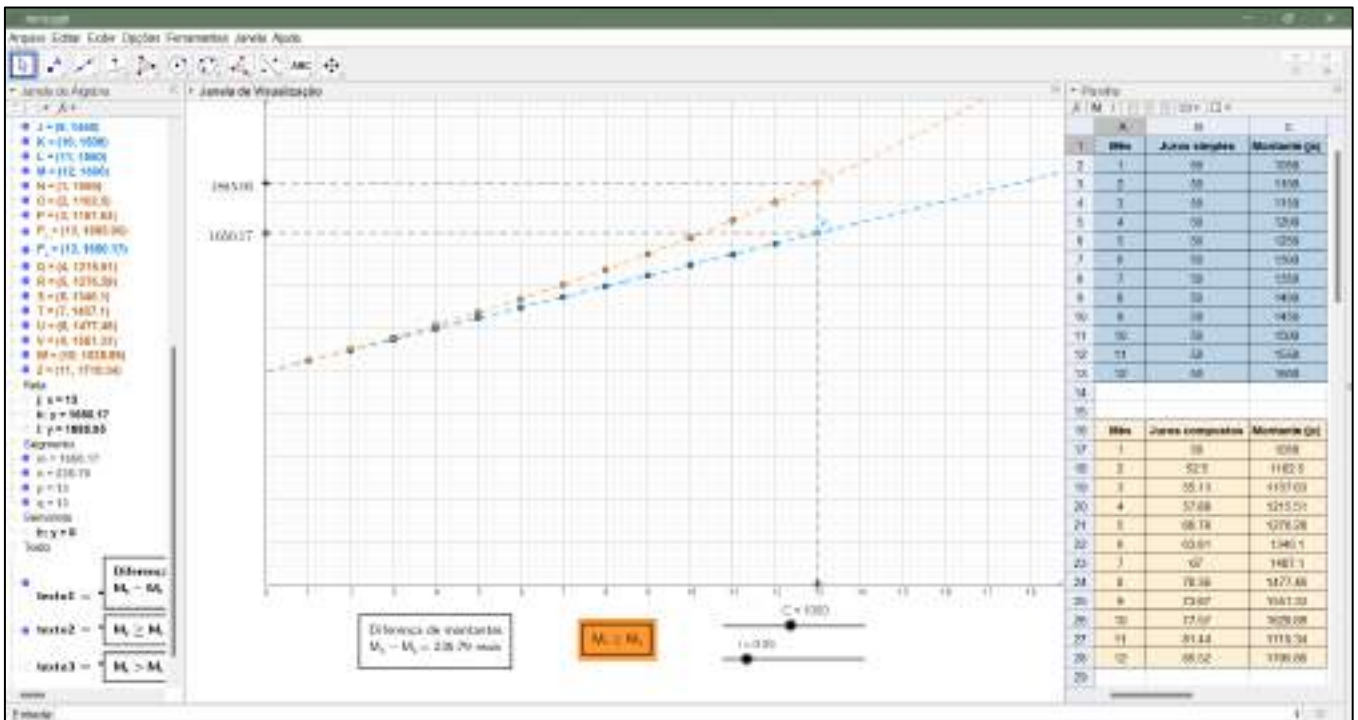
(67) Clique em algum ponto próximo ao eixo y e, na caixa de diálogo que se abre, marque **Fórmula** LaTeX. Em **Objetos**, procure e clique em **a**.



(68) Depois clique em OK e feche a janela. Será criado um texto com o valor de a. De forma similar, crie outro texto que vai apresentar o valor de b.

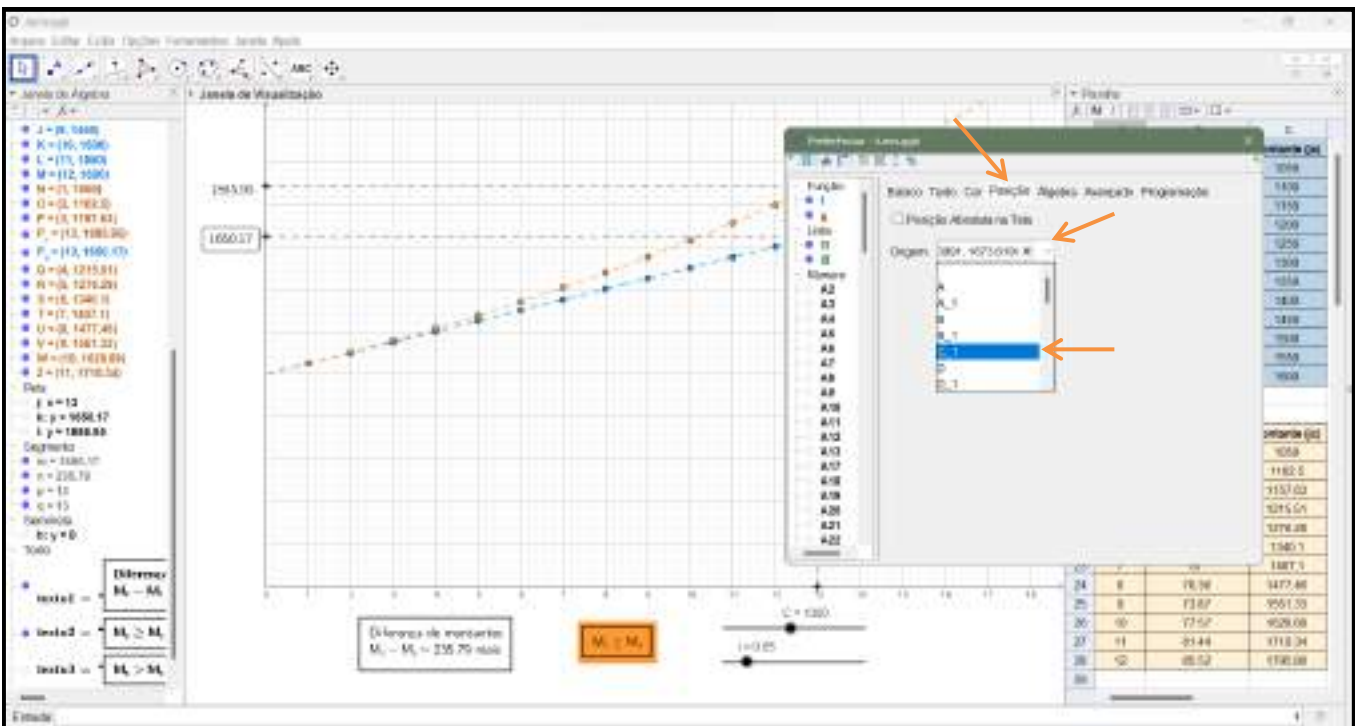


(69) Depois clique em OK e feche a janela. Será criado um texto com o valor de b. Com o mouse, você pode reposicionar os dois textos, para ficarem próximos ao eixo y.

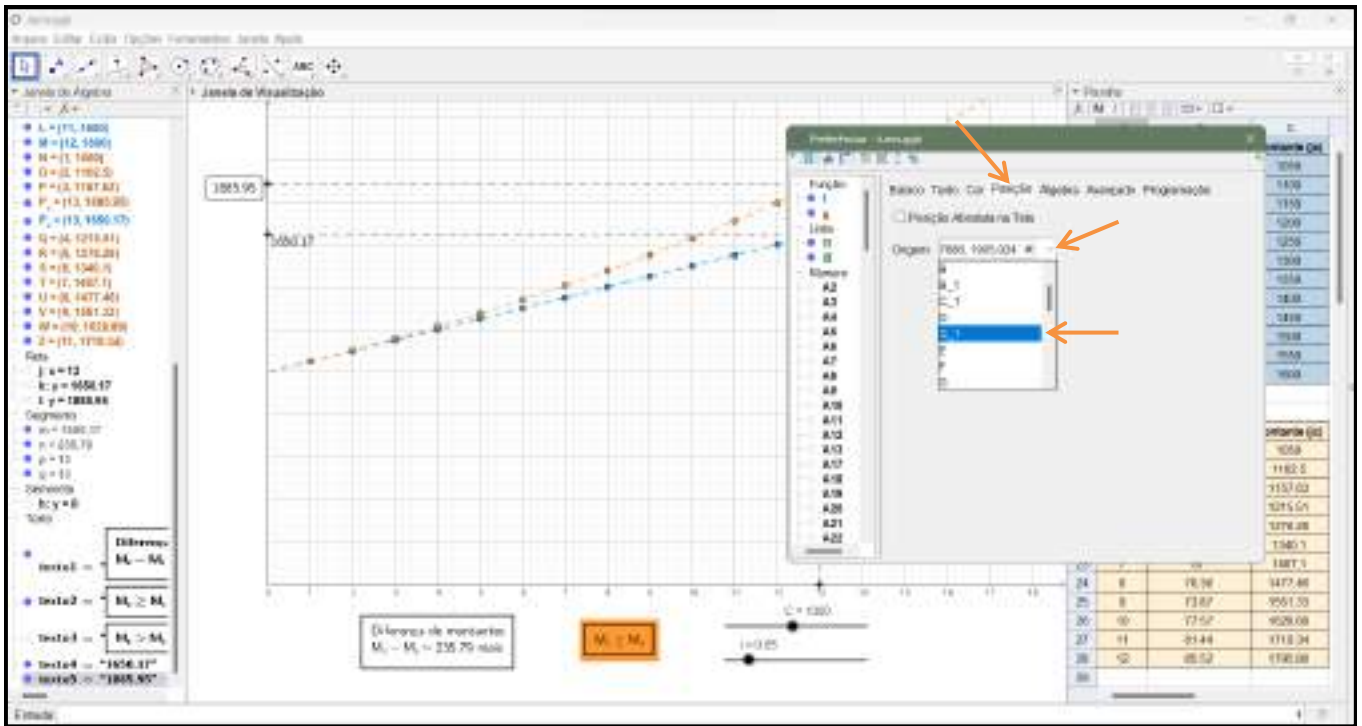


Na verdade, queremos que esses textos deslizem, quando o ponto B₁ deslizar.

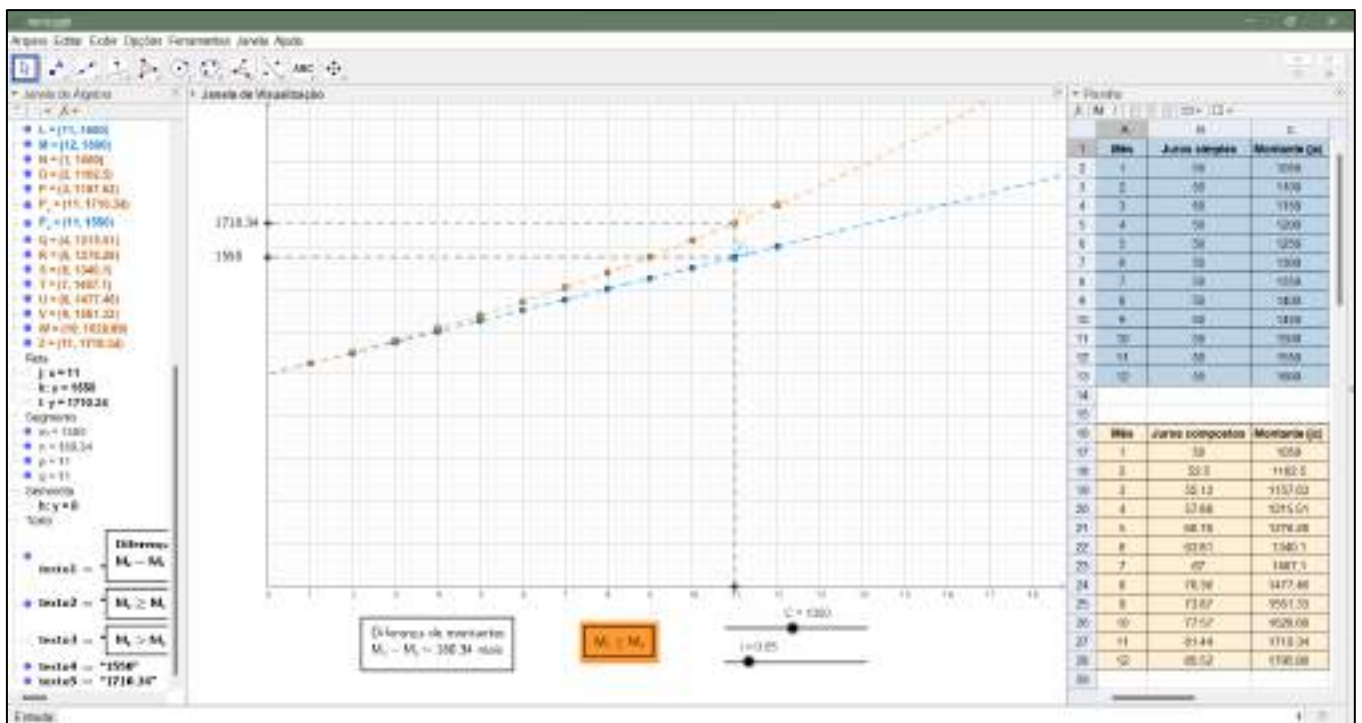
(70) Acesse as Propriedades do texto4 (que contém o valor de a). Na aba Texto, troque a letra para Sans-Serif e, na aba Posição, clique na seta da Origem e escolha o ponto C₁.



(71) Você verá que o texto4 vai ficar sobre o ponto C_1 . Agora clique no texto5 (que contém o valor de b) para acessar as Propriedades. Na aba Texto, troque a letra para Sans-Serif e, na aba Posição, clique em Origem e escolha o ponto D_1.

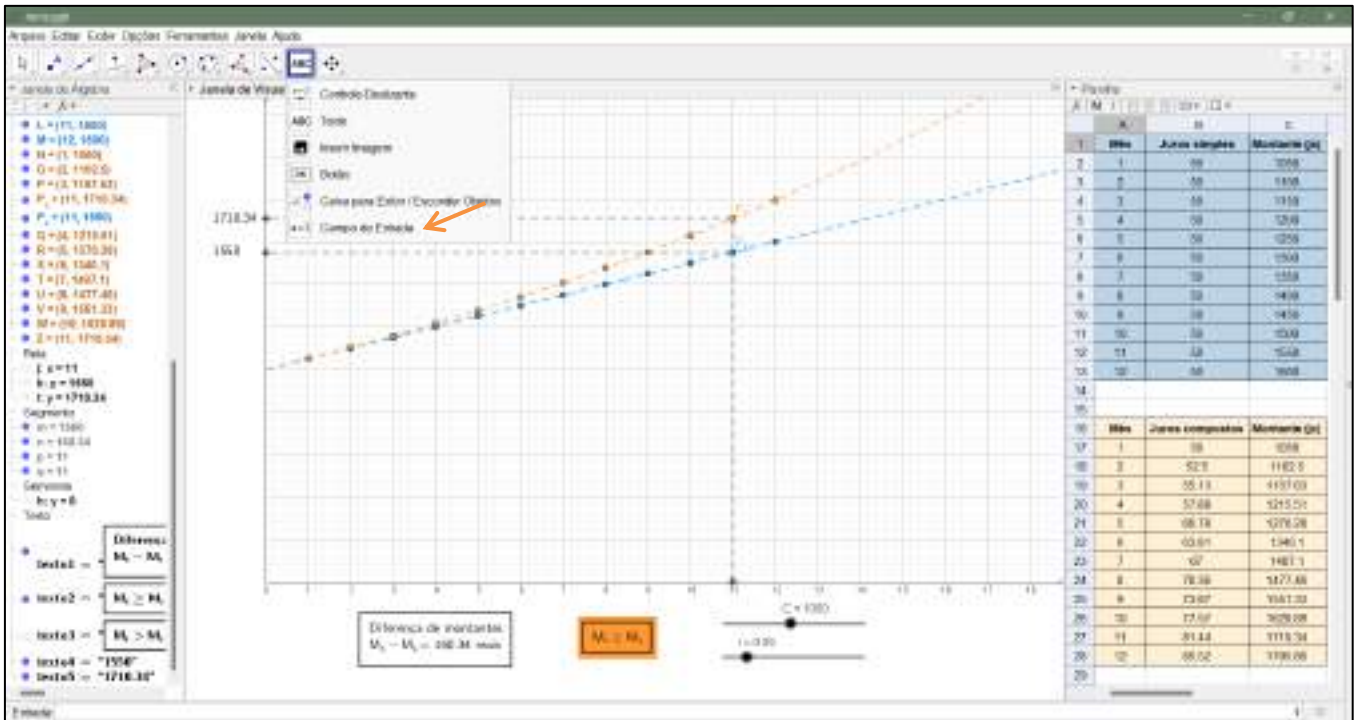


(72) Você verá que o texto5 vai ficar sobre o ponto D_1 . Agora feche a janela de Propriedades. Com o mouse, você pode mover ligeiramente os dois textos, para ficarem próximos dos pontos C_1 e D_1 , à esquerda do eixo y. Faça o teste: movimentando o ponto B_1 sobre o eixo x, os valores apresentados nos textos são atualizados e a posição dos textos acompanha os pontos C_1 e D_1 .

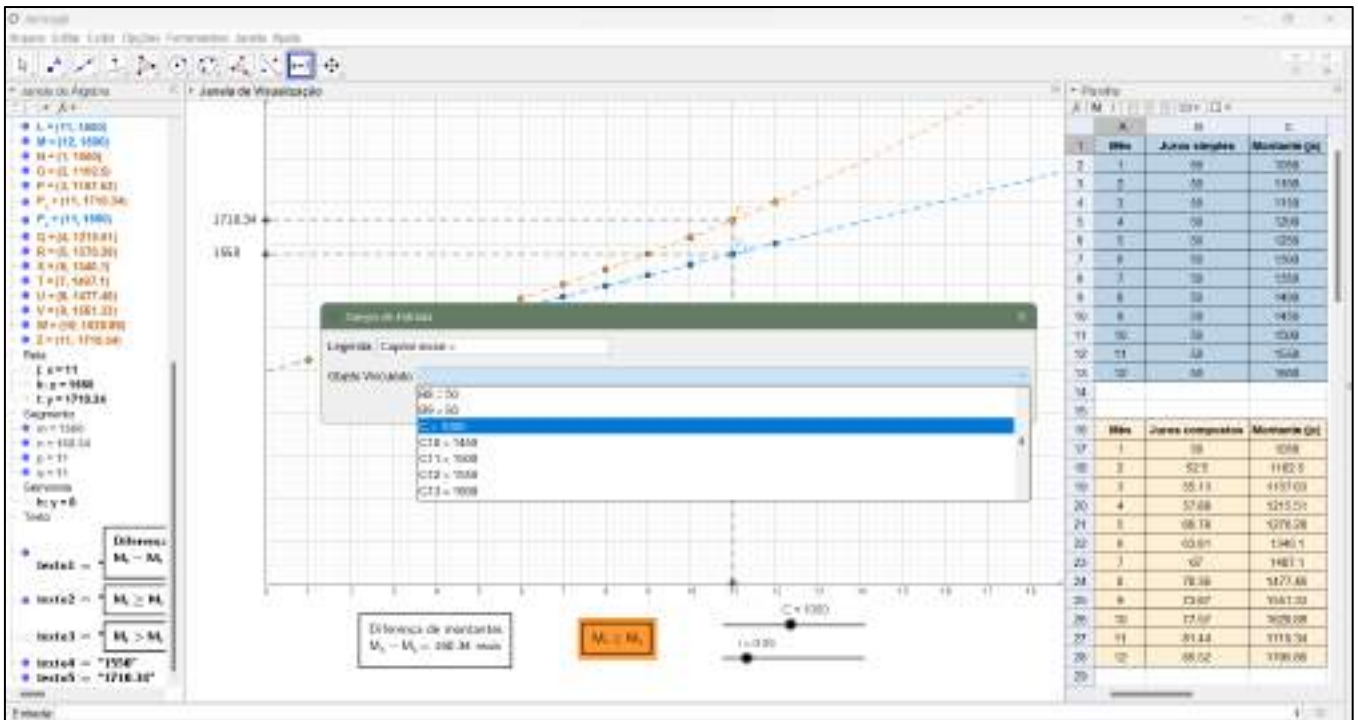


Obs. 2: Ao invés de deixar o capital C e a taxa i como controles deslizantes, poderíamos usar outro recurso do GeoGebra: um campo de entrada que recebe um valor digitado pelo usuário. Vamos ver?

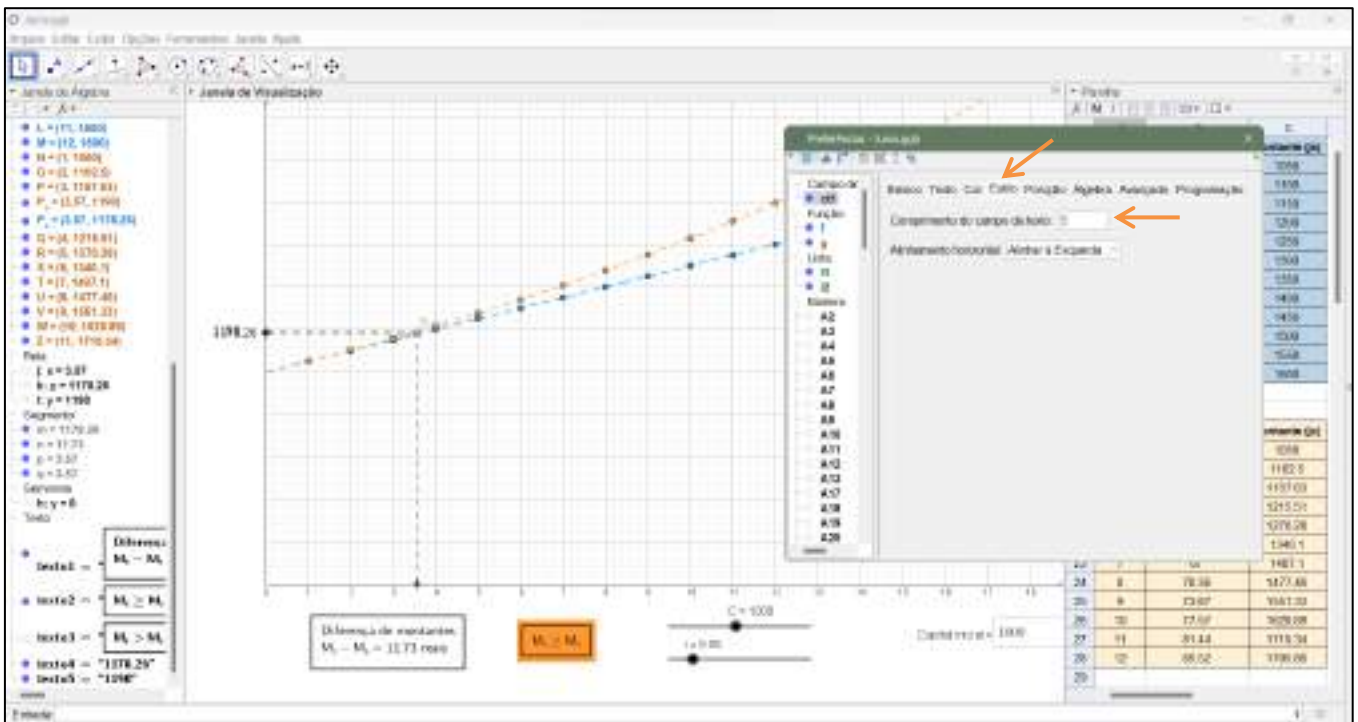
(73) No penúltimo botão da Barra de Ferramentas, clique em Campo de Entrada.



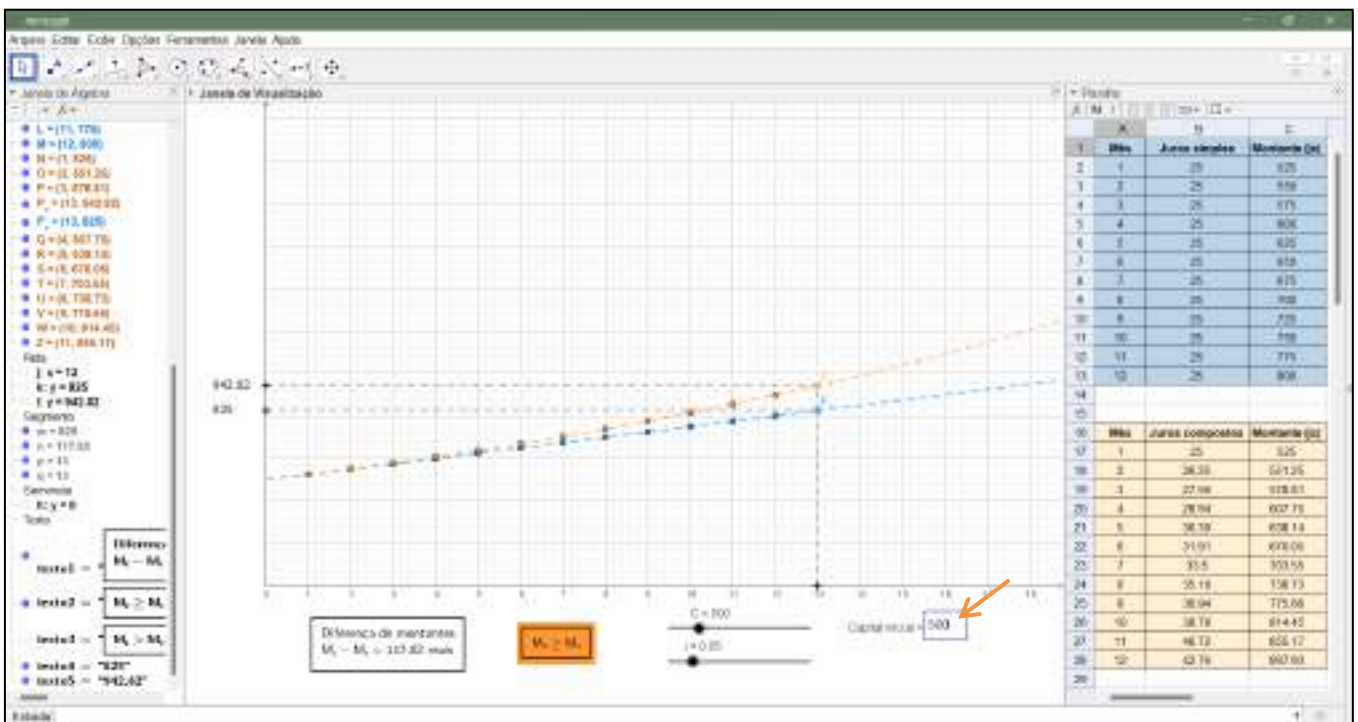
(74) Clique em algum ponto da Janela de Visualização, do lado direito dos controles deslizantes, e, na caixa de diálogo que se abre, em Legenda digite: **Capital inicial =** . Em Objeto Vinculado, clique na setinha e procure o capital C = 1000.



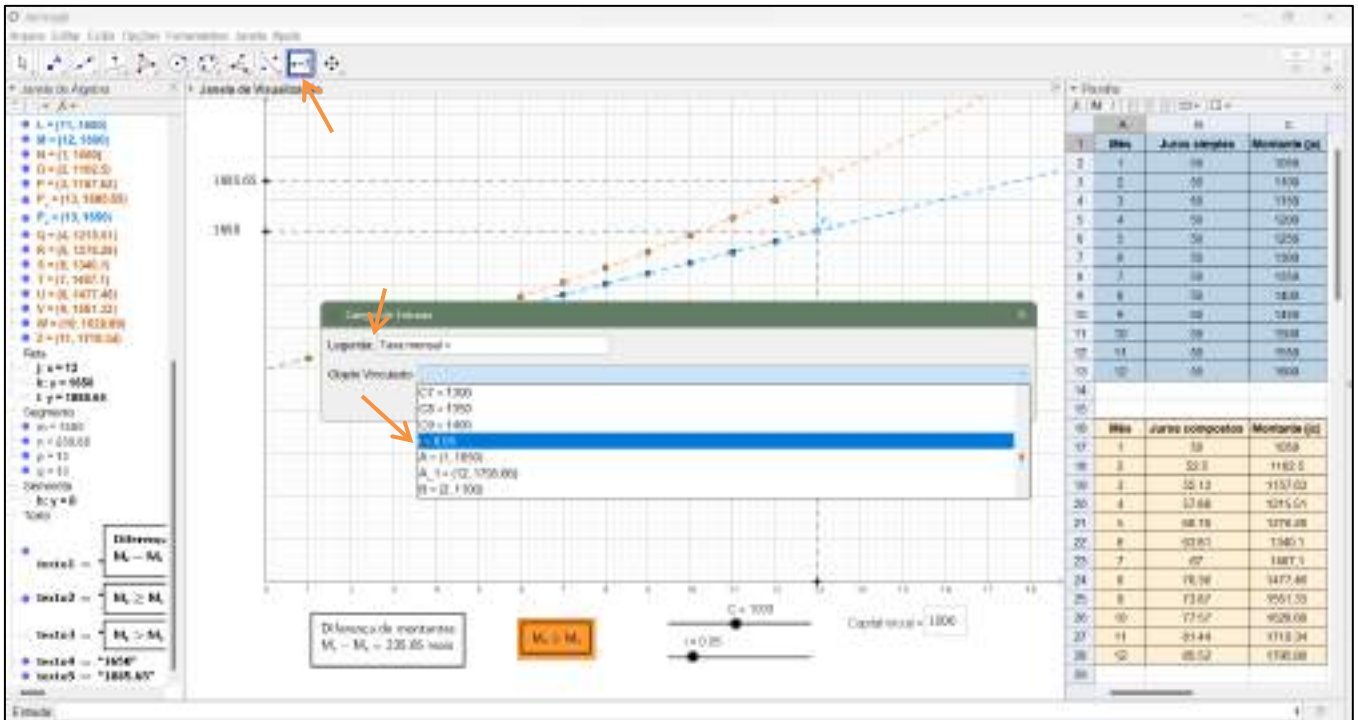
(75) Depois clique em OK. Com o botão direito do mouse, clique no campo de entrada criado e acesse as Propriedades. Na aba Estilo, altere o Comprimento do campo de texto para 5. Na aba Texto, altere a letra para Sans-Serif.



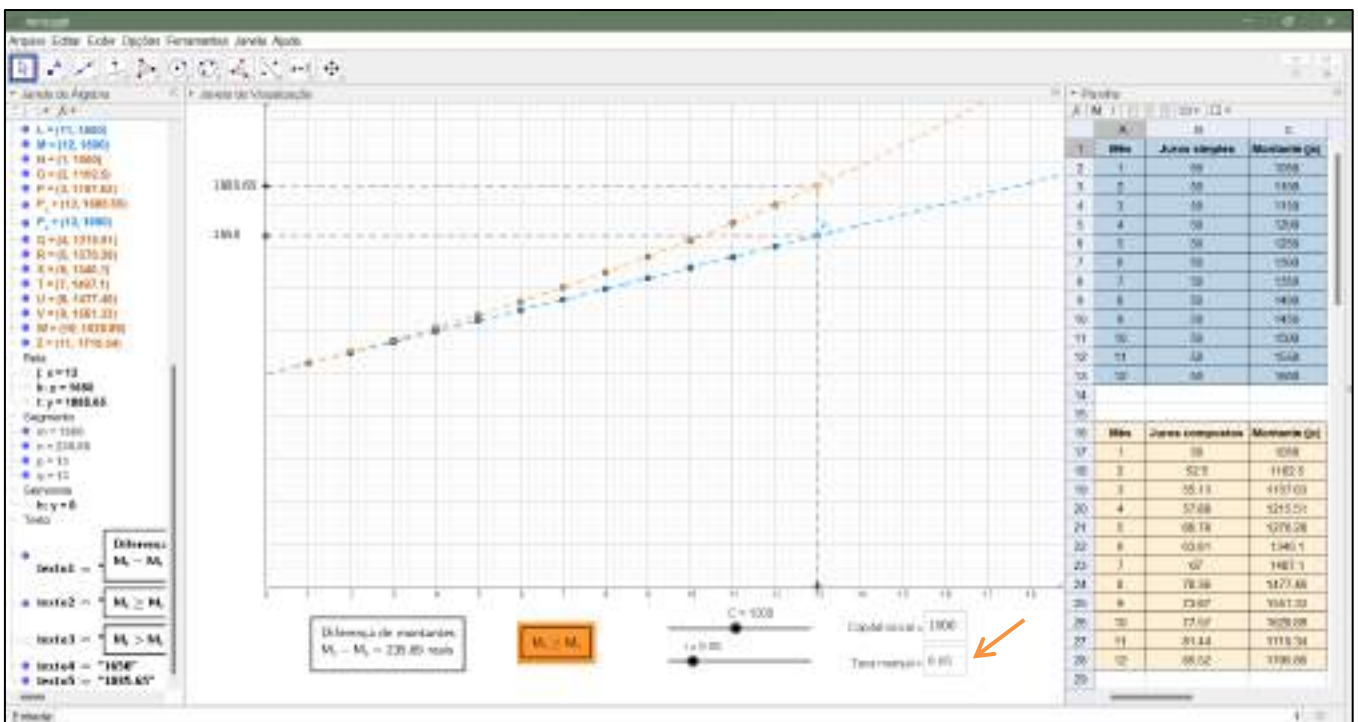
(76) Feche a janela de Preferências. Com o botão direito do mouse, arraste esse campo de entrada para um local adequado da Janela de Visualização. Podemos testar: digite outro valor no campo de entrada do capital inicial e veja todos os valores atualizados nas tabelas, nos gráficos e no texto dinâmico.



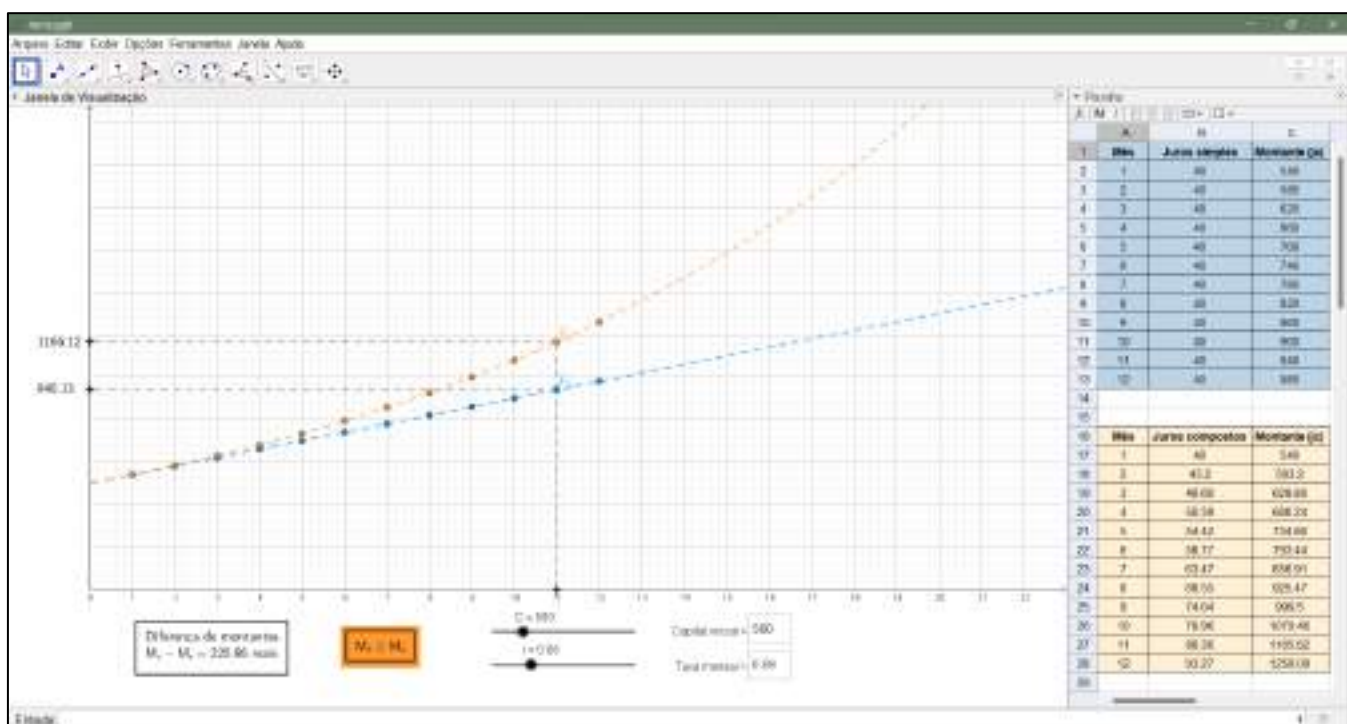
(77) Repita o mesmo procedimento, agora criando um campo de entrada para a taxa mensal. Em Legenda, digite **Taxa mensal =** . Em Objeto Vinculado, clique na setinha e procure a taxa $i = 0.05$.



(78) Feche a janela. Nas Propriedades desse campo de entrada, na aba Estilo, configure o Comprimento do campo de texto para 5. Com o botão direito do mouse, arraste esse campo de entrada para um local adequado da Janela de Visualização, abaixo do campo de entrada do capital C.



(79) Faça o último teste: digite outro valor no campo de entrada do capital inicial e veja todos os valores atualizados nas tabelas, nos gráficos e no texto dinâmico. Por fim, feche a Janela de Álgebra e salve o arquivo.



Esperamos que seja útil!