

# M10 Checkliste zu

## §3 Exponentialfunktion und Logarithmus

**Phase 1:** Schätze dein Können nach dem Lesen des Satzes ein.

**Phase 2:** Bearbeite die Beispiel-Aufgaben und führe eine Zweit-Einschätzung durch.

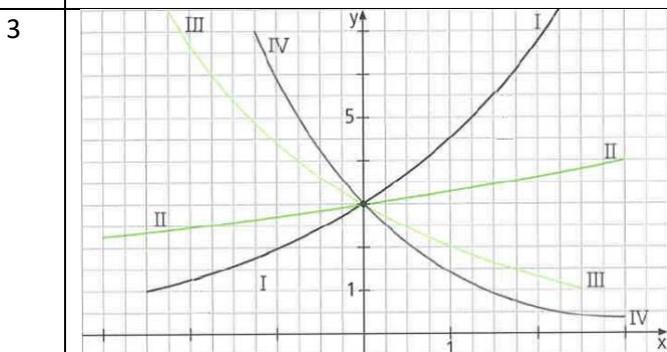
Ich kann ...		Phase 1  		Phase 2  		Üben
1	anhand einer Wertetabelle oder einem Graphen begründen, ob lineares oder exponentielles Wachstum vorliegt.					91/1
2	aus zwei gegebenen Punkten den Term einer Exponentialfunktion $f(x) = b \cdot a^x$ erstellen.					91/5
3	Graphen verschiedener Exponentialfunktionen ihrem Term zuordnen.					
4	die Halbwertszeit bzw. die Verdopplungszeit berechnen.					91/12
5	den Wachstumsfaktor pro Zeiteinheit berechnen, bei gegebener prozentualer Veränderung auf längere Zeit.					78/12b
6	aus gegeben Daten eine Modellfunktion für exponentielles Wachstum erstellen.					74/3
7	mithilfe des Logarithmus eine einfache Exponentialgleichung nach x auflösen.					91/7
8	sicher mit den Logarithmusgesetzen umgehen.					91/9, 10
9	Exponentialgleichungen durch Logarithmieren lösen.					91/11abd
10	Exponentialgleichungen durch Substitution lösen.					91/11e

### Aufgaben:

1 Überprüfe die Wertetabelle auf lineares oder exponentielles Wachstum.

a)	t	1	2	3	b)	x	2	3	4
	f(t)	5	6,5	8,45		f(x)	5	6,25	7,5

2 Bestimme a und b so, dass der Graph der Funktion  $f(x) = b \cdot a^x$  durch die Punkte A(2|36) und B(5|121,5) verläuft.



Ordne den Graphen den passenden Term zu:

$$f_1(x) = 3 \cdot 1,5^x$$

$$f_2(x) = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

$$f_3(x) = 3 \cdot 0,5^x$$

$$f_4(x) = 3 \cdot 1,1^x$$

4 a) 2000€ werden mit 3,5% jährlich verzinst. Berechne, wie lange es dauert bis 4000€ auf dem Konto sind (Verdopplungszeit)  
 b) Ein 30000€ teures Auto besitzt pro Jahr einen Wertverlust von 15%. Berechne, wie lange es dauert bis das Auto noch die Hälfte wert ist (Halbwertszeit).

5 a) Eine Aktie steigt innerhalb von vier Tagen um 8%. Berechne den proz. Zuwachs pro Tag.  
 b) Ein Auto verliert in sechs Jahren 65% an Wert. Berechne den proz. Wertverlust pro Jahr.

6	Erstelle aus den gegebenen Daten eine Modellfunktion für exponentielles Wachstum.										
	<table border="1"> <tr> <td>t</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>f(t)</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>17</td> </tr> </table>	t	1	2	3	4	f(t)	5	8	12	17
t	1	2	3	4							
f(t)	5	8	12	17							
7	Berechne x in der Exponentialgleichung: $1,035^x = 2$										
8	Fasse zusammen: $\lg 3 + \lg a - 2 \cdot \lg b$										
9	Löse die Gleichung: $3 \cdot 1,5^x = 8 \cdot 0,5^x$										
10	Löse durch Substitution: $5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 8 = 0$										

!!! Diese Checkliste sichert die Basiskompetenzen isoliert. Eine Einschätzung zur Lösbarkeit verknüpfter Aufgaben sowie von Transferaufgaben ist damit nicht möglich.  
Das sichere Beherrschen von Aufgabentypen der Checkliste sowie des Grundwissens vorangegangener Jahre ermöglicht in Leistungsnachweisen das Erreichen der Note „ausreichend“.

## LÖSUNGEN

1	a) Exponentielles Wachstum mit Wachstumsfaktor $a = 1,3$ b) Lineare Wachstum mit konstantem absoluten Zuwachs $d = 1,25$
2	aus $f(2)=36$ und $f(5)=121,5$ folgt: $a=1,5$ und $b=16$
3	I $\leftrightarrow f_1$ ; II $\leftrightarrow f_4$ ; III $\leftrightarrow f_2$ ; IV $\leftrightarrow f_3$
4	a) $2000 \cdot 1,035^x = 4000$ oder $1,035^x = 2 \rightarrow x=20,1$ b) $30000 \cdot 0,85^x = 15000$ oder $0,85^x = 0,5 \rightarrow x=4,3$
5	a) $b \cdot a^4 = b \cdot 1,08$ bzw. $a^4 = 1,08 \rightarrow a = 1,019 \rightarrow$ prozentualer Zuwachs pro Tag: 1,9% b) $b \cdot a^6 = b \cdot 0,35$ bzw. $a^6 = 0,35 \rightarrow a = 0,84 \rightarrow$ prozentualer Wertverlust pro Jahr: 16%
6	Mittelwert der Wachstumsfaktoren ergibt: $a=1,51 \rightarrow f(x) = b \cdot 1,51^x$ Mittelwert für den Startwert ergibt: $b=3,40 \rightarrow f(x) = 3,40 \cdot 1,51^x$ [ CAS: Tabelle anlegen, Punkt auf Data&Statistics sortieren, Regressionsfunktion durch die Punkte legen]
7	$x = \log_{1,035} 2$
8	$\lg\left(\frac{3 \cdot a}{b^2}\right)$
9	$3 \cdot 1,5^x = 8 \cdot 0,5^x \Leftrightarrow \lg(3 \cdot 1,5^x) = \lg(8 \cdot 0,5^x)$ $\Leftrightarrow \lg 3 + x \cdot \lg 1,5 = \lg 8 + x \cdot \lg 0,5$ (Logarithmusgesetze) $\Leftrightarrow x \cdot (\lg 1,5 - \lg 0,5) = \lg 8 - \lg 3$ $\Leftrightarrow x = \frac{\lg 8 - \lg 3}{\lg 1,5 - \lg 0,5} = 0,89$ (Hinweis: Die Gleichung ist auch über andere Wege lösbar)
10	$(5^x)^2 - 2 \cdot 5^x - 8 = 0$ Substituiere: $5^x = a \Rightarrow a^2 - 2 \cdot a - 8 = 0$ Über Lösungsformel für quadratische Gleichungen folgt: $a_1 = 4; a_2 = -2$ Resubstitution: $5^x = 4 \Rightarrow x_1 \approx 0,86$ und $5^x = -2 \Rightarrow$ keine Lösung