

## Teoría – Tema 2

### Teoría - 1 - Circunferencia goniométrica

#### Definición

Una circunferencia goniométrica es una circunferencia de radio unidad centrada en el origen de coordenadas  $(0, 0)$  de un sistema de referencia cartesiano.

La ecuación general de una circunferencia de radio  $R$  y centro  $(x_0, y_0)$  es:

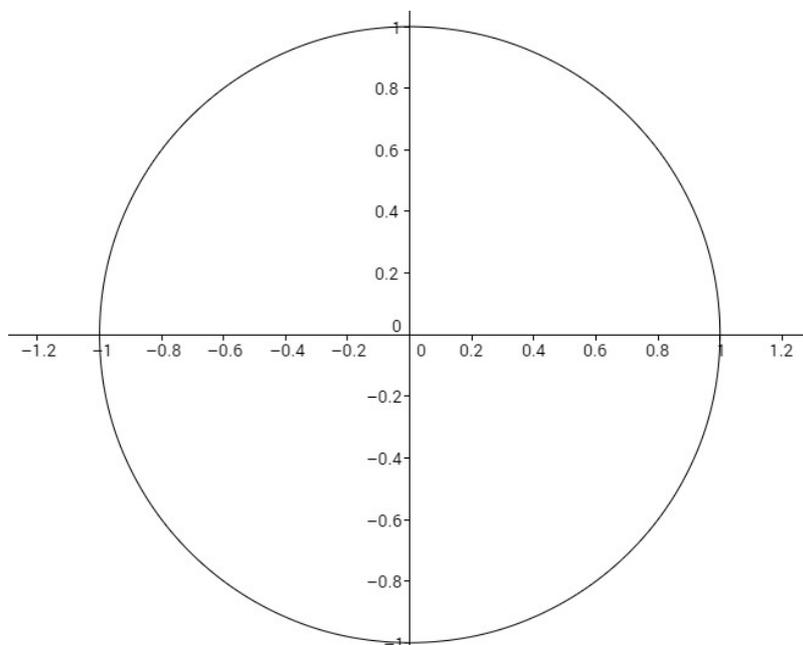
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

Si el centro es  $(0, 0)$  y el radio  $1$  tendremos:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Podemos representar esta ecuación en los ejes cartesianos dando valores a la variable independiente  $x$  para obtener valores de la variable dependiente  $y$ . Cuantas más parejas de valores tengamos, más precisa será nuestra representación.

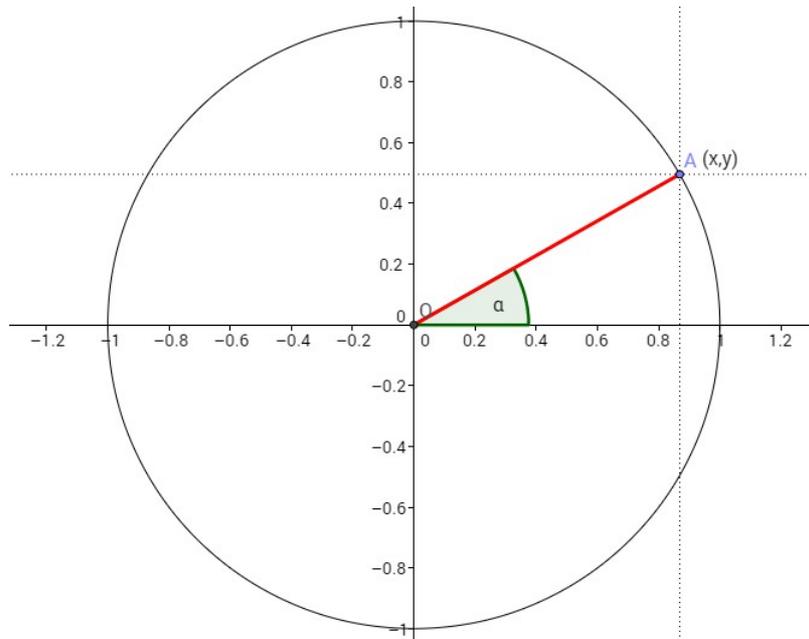
Con ayuda de GeoGebra podemos simular la forma de la circunferencia goniométrica.



Esta curva corta al eje horizontal en los puntos  $(-1, 0), (1, 0)$ . Y al eje vertical en los puntos  $(0, 1), (0, -1)$ . Es fácil entender, al ver la representación, que tanto la variable  $x$  como la variable  $y$  están acotadas superior e inferiormente por el valor máximo  $1$  y por el valor mínimo  $-1$  respectivamente.

Si trazamos un radio cualquiera de la circunferencia, cortará a la curva en el punto genérico  $A(x, y)$ .

El ángulo que forma este radio con el semieje positivo horizontal, en sentido antihorario, lo llamaremos  $\alpha$ . El valor del ángulo  $\alpha$  oscila entre  $0^\circ$  ( $0$  radianes) y  $360^\circ$  ( $2\pi$  radianes).



La proyección ortogonal del radio sobre el eje horizontal tomará el valor  $x$ , mientras que la proyección sobre el eje vertical tomará el valor  $y$ .

Es fácil ver en la representación que el punto  $O(0,0)$ , el punto  $A(x,y)$  y el punto  $(x,0)$  forman un triángulo rectángulo de catetos  $x$  e  $y$ , e hipotenusa de longitud 1.

Si aplicamos la definición de seno, coseno y tangente de un ángulo  $\alpha$  contenido dentro de un triángulo rectángulo, tendremos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{1} = y$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{1} = x$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{y}{x}$$

Conclusión: en la circunferencia goniométrica el seno del ángulo formado por un radio respecto al semieje positivo horizontal, en sentido antihorario, coincide con el valor  $y$  del punto de corte del radio con la ecuación de la circunferencia. El coseno, por su parte, coincide con el valor  $x$  del punto de corte.