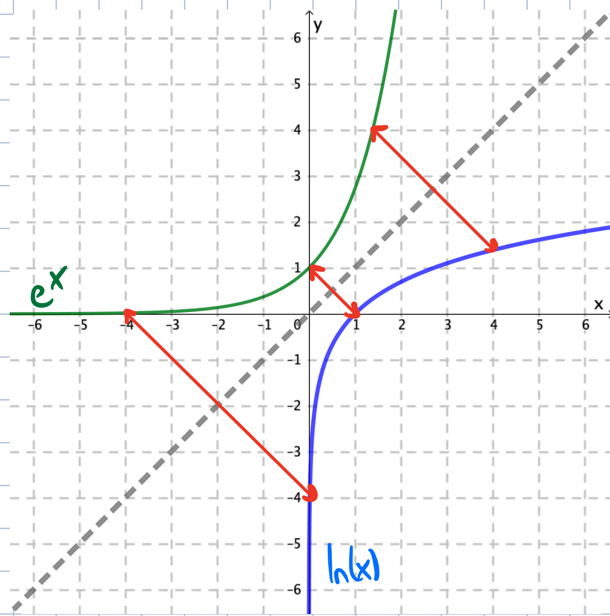
2. Die natürliche Logarithmusfunktion

Da die Funktion $f: x \longmapsto e^x$ streng monoton steigend ist, muss es eine Umkehrfunktion f' geben, für die für jedes $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$f(f'(x)) = e^{f'(x)} \overset{!}{=} x$$



Diese Funktion muss nach den bekannten Logarithmus-Gesetzen der Logarithmus mit Basis e sein, den wir kurz als $f^{-1}: x \longmapsto \ln(x)$ bezeichnen.

Es ist auch streng monoton steigend mit $D_f = \mathbb{R}^+$.

Durch Ableiten der Gleichung $e^{\ln(x)} = x$ auf beiden Seiten erhalten wir:

$$\begin{aligned} e^{\ln(x)} \cdot (\ln(x))' &= 1 \\ x \cdot (\ln(x))' &= 1 \qquad | :x \\ (\ln(x))' &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

MERKE

Die natürliche Logarithmusfunktion $g: \longmapsto \ln(x)$ mit $D_g \in \mathbb{R}^+$ ist die Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion $f: x \longmapsto e^x$ und hat die Ableitung

$$g': x \longmapsto \frac{1}{x}$$