12 Terzo Criterio

TEOREMA 12.1 (Terzo criterio di similitudine)**.** *Se due triangoli hanno i lati ordinatamente in proporzione, allora sono simili*

Ipotesi:
ABC e $A'B'C'$ triangoli con $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$
Tesi:
$\hat{A} = \hat{A}'$; $\hat{B} = \hat{B}'$; $\hat{C} = \hat{C}'$

Dimostrazione. Se i due triangoli hanno due lati congruenti, allora, per l'unicità della quarta proporzionale, anche gli altri lo saranno, quindi i triangoli sono congruenti per il terzo criterio di congruenza e, quindi, simili.

Se $A'B' \neq AB$ possiamo ritenere, senza perdere di generalità che sia $A'B' < AB$

1. Tracciamo su AB un segmento $AB'' \cong A'B'$ e su AC un segmento $AC'' \cong A'C'$
2. Per ipotesi e per l'inverso del primo corollario si ha $B''C'' \parallel BC$
3. Per il secondo corollario $\dfrac{B''}{C''} = \dfrac{AC''}{AC} = \dfrac{AC'}{AC}$ e, per l'unicità della quarta proporzionale $AC'' \cong A'C'$
4. Quindi $AB''C''$ e $A'B'C'$ sono congruenti per il terzo criterio, inoltre $\hat{A} \cong \hat{A}'$ e $AB''C'' \cong B' \cong B$

$\square$