# Verloop van veeltermfuncties beschrijven

www.karelappeltans.be

June 1, 2024

## Contents

# 1 Verloop

## 1.1 Algoritme

Doe de volgende stappen om een goede schets van een functie f te krijgen:

1. Bepaal het domein.
2. Kijk naar de grenzen van het domein: wat zijn de limieten als $x \to \pm\infty$.
3. Kan je een soort symmetrie herkennen?
4. Bepaal de nulpunten van f(x) en het snijpunt met de y-as.
5. Bepaal de afgeleiden $f'$ en $f''$, zoek hiervan de nulpunten. Maak hiervan een tekentabel, zodat je het verloop kan weergeven.
6. Schets de grafiek op basis van je bevindingen.

## 1.2 Domein en nulpunten en symmetrie

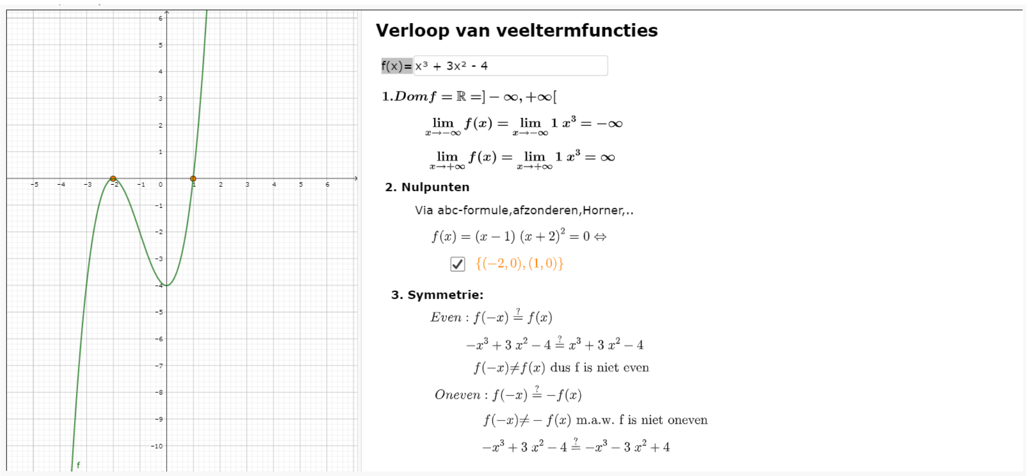



Figure 1: https://www.geogebra.org/m/ugbwcz4m

Alle technieken om veeltermvergelijkingen op te lossen kunnen hier herhaald worden: https://www.geogebra.org/m/Y7qJRUQf

## 1.3 Rekenregels afgeleide

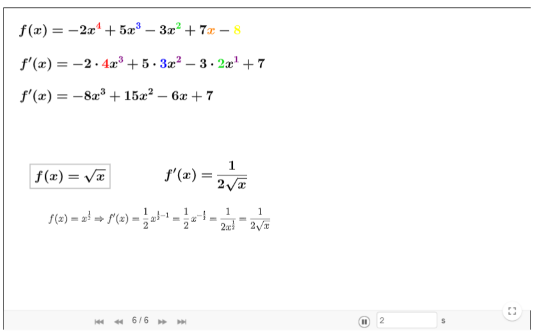



Figure 2: https://www.geogebra.org/m/zdynkwv5

## 1.4 Verloop

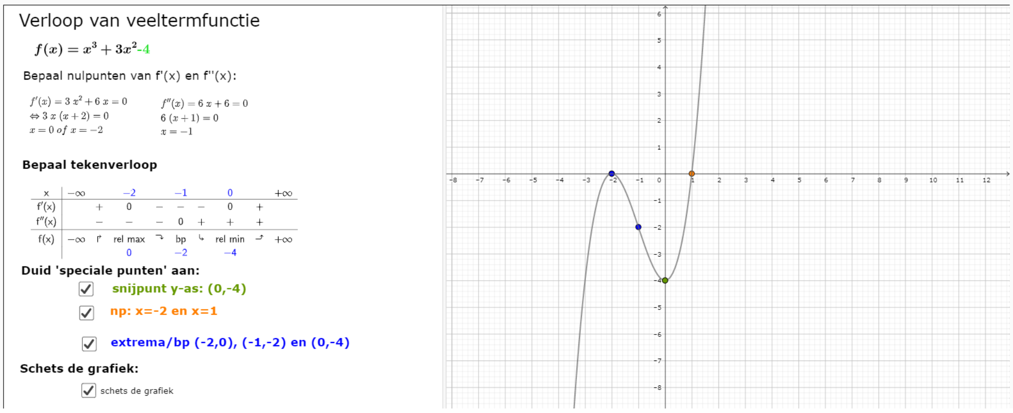



Figure 3: https://www.geogebra.org/m/ugbwcz4m

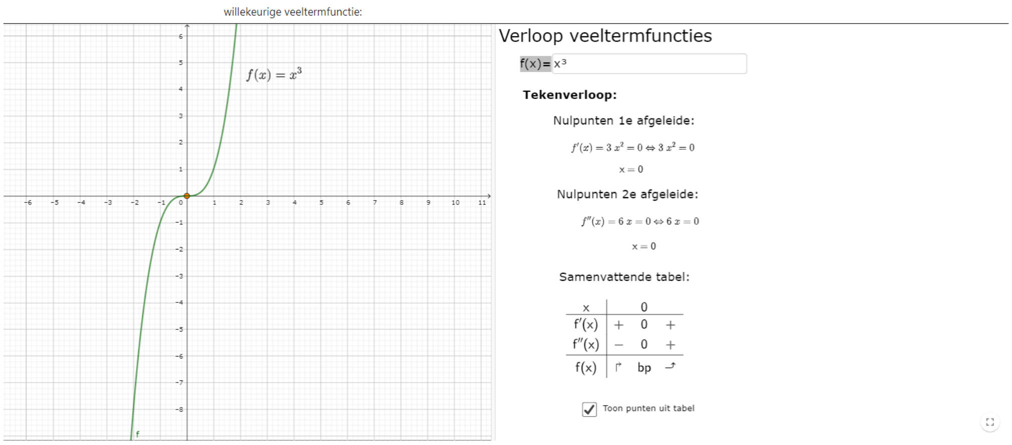



Figure 4: https://www.geogebra.org/m/ugbwcz4m

# 2 Extremumproblemen

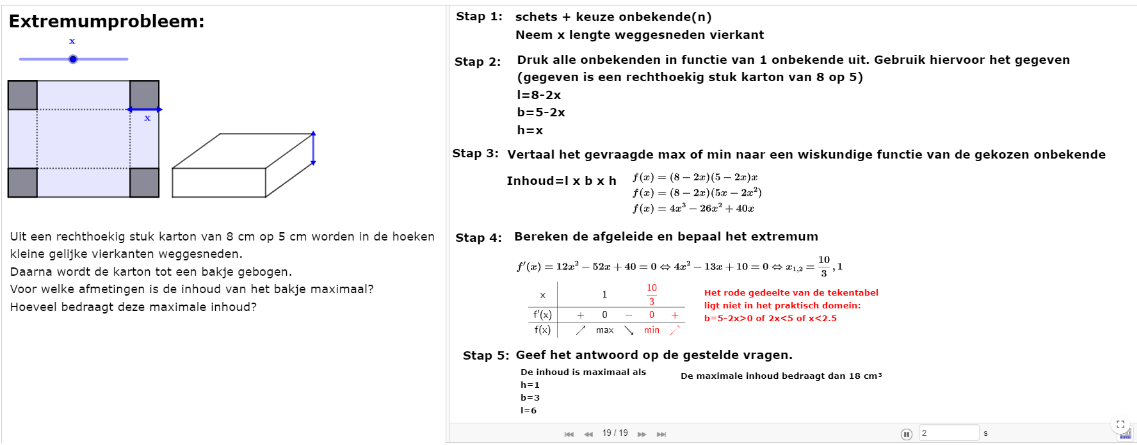



Figure 5: https://www.geogebra.org/m/gceq8KGM

## 3 Functievoorschriften opstellen

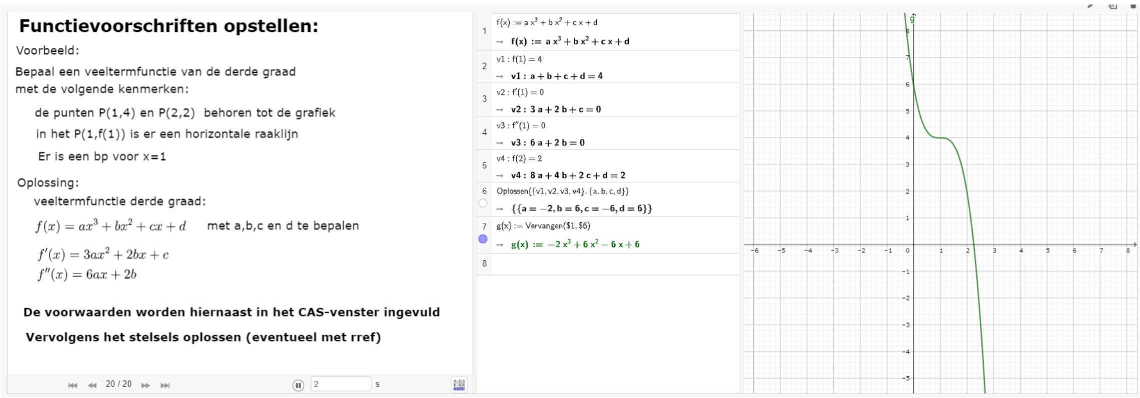



Figure 6: https://www.geogebra.org/m/ugbwcz4m

## 4 Voorschriften met parameter

Bespreek het verloop van de veeltermfuncties in functie van de reële parameter m

1. $f : x \mapsto -x^2 + mx - 8$

## 5 Oefeningen

1. Bepaal het verloop van
   (a) $f(x) = 6x^4 - 16x^3 + 2x^2$
   (b) $f(x) = x^3 + mx^2$

2. Een balk heeft een vierkant als grondvlak. Alle ribben samen hebben een lengte van 100 cm. Bepaal de afmetingen zodat de inhoud maximaal is.

3. Bepaal de maximale oppervlakte van een rechthoek waarvan de hoekpunten op de x-as en op de parabool $y = 3 - x^2$ liggen en symmetrisch t.o.v. y-as.

4. Bepaal het punt op de parabool $y^2 = 2x$ dat het dichtste bij het punt $P(1, 4)$ ligt.

5. Zij P het punt op de grafiek van $f(x) = x^5 - x^2$ met $x = 1$. Bepaal het punt Q op de grafiek van $f(x)$ zodat de raaklijnen in P en Q loodrecht op elkaar staan.

6. Bij de grafiek van een derdegraadsfunctie met toppen A en B en buigpunt C geldt $x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$ Toon dit aan.

7. De buigraaklijn van de grafiek van $f(x) = x^3 - 4x^2 + a$ gaat door de oorsprong. Bereken a.

8. Gegeven de functie $f_p : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f_p(x) = (x + 3p)(x^2 + 3p)$ met parameter $p > 0$. De grafiek van deze functie vertoont een buigpunt. Voor welke waarde van de parameter p vertoont de grafiek een horizontale raaklijn in dit buigpunt? (A. $p = 1$)

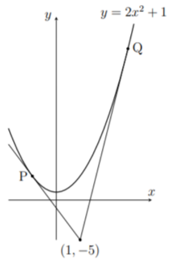
9. Zij $f(x) = x^3 + x^2 - (2m - 1)x$ met m een reële parameter.
   (a) Voor welke waarde van m geldt dat de raaklijn aan de grafiek van f in het punt P(1,f(1)) als rico 1 heeft
   (b) Voor welke waarden van m heeft f geen extrema
   (c) Voor welke waarden van m snijdt de grafiek van f de x-as in drie verschillende punten?

10. De grafiek van $f(x) = kx^3 - (k + 1)x^2 + (2 - k)x - k$ heeft een minimum voor $x = 1$ als
    (a) $k > 0$

(b) $0 < k < 1$
(c) $k > \frac{1}{2}$
(d) $k < 3$
(e) voor alle waarden van k

11. gegeven is de veeltermfunctie $f_k(x) = -x^3 + kx + 9$. Toon aan dat de raaklijnen in de punten $P(0, f_k(0)$ en $Q(1, f_k(1))$ elkaar snijden in een punt S met x-coördinaat $\frac{2}{3}$

12. Bepaal de vergelijkingen van de getekende raaklijnen




13. Het punt $P(0, 1)$ ligt op twee verschillende raaklijnen aan de grafiek van $f(x) = x^2 + 2$. Bepaal de vergelijking van deze raaklijnen

14. de raaklijn in een punt $P(a, f(a)$ met $a > 0$ aan de grafiek van $y = x^3$ snijdt deze grafiek ook nog in een punt Q met $x < 0$. Bepaal de rico van de raaklijn in dit punt Q (A. $12a^2$)

15. Bepaal a zodat de raaklijnen in $x = a$ en $x = a + 1$ aan $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ evenwijdig zijn

16. de grafieken van de functies f e g met $f(x) = x^2 + ax + b$ en $g(x) = (2x^2 - 6)^3$ raken elkaar in het punt P met x-coördinaat 2. Bepaal de waarde van a en b

17. Bepaal een veeltermfunctie van de derde graad die voldoet aan

    - x=0 en x=-3 zijn nulpunten
    - P(3,-6) is een relatief maximum

18. Bepaal een veeltermfunctie van de derde graad die voldoet aan

    - P(0,4) is een relatief maximum
    - P(1,0) is een buigpunt

19. Bepaal een veeltermfunctie van even vierde graad die voldoet aan

    - x=0 en x=3 zijn nulpunten
    - rico van de raaklijn voor x=3 is -48

20. Bereken $a$ en $b$ zodat $P(2, 0)$ een buigpunt is van de grafiek van de functie met voorschrift $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ (A. $a = -6$ en $b = 8$)

21. Gegeven zijn de familie functies met voorschrift $f(x) = x^3 + mx^2$ waarbij parameter $m$ verschillend is van 0. elk van die functies heeft twee relatieve extrema waarvan één zich voordoet bij $x = 0$. Stel een vergelijking op van de kromme waarop alle andere extrema liggen. (A. $g(x) = -\frac{1}{2}x^3$)