**Titulo:** *Con el viento a favor*

Resolución algebraica

**Situación 1:**

A medida que se mueve la rueda ¿Cómo se modifica la altura de las aspas? ¿Qué relación hay entre el ángulo de giro y la altura de estas? ¿Qué modelo matemático permite describir esta relación? ¿Qué relación se puede determinar entre el radio de la rueda y la amplitud de la gráfica resultante? ¿Cómo infiere con los valores máximos y mínimos que toma la función? ¿Cuáles son esos valores? ¿Cada cuánto se vuelven a repetir?

Se quiere analizar la relación entre el ángulo que recorre una aspa (en radianes) con la altura que alcanza en ese giro. También identificar y estudiar el modelo matemático que describe esta relación.

Considerando el triangulo $OQP$ siendo este un triángulo rectángulo, el ángulo $QOP$ indica el ángulo que recorre la aspa en cada vuelta, la altura que alcanza es el cateto opuesto ($PQ$). Recordando las razones trigonometricas, podríamos escribir la relación entre este segmento, el ángulo y su radio de la siguiente manera:

$$sen(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{r}$$

Como r=1, la expresión queda como:

$$sen(\alpha) = \overline{PQ}$$

En esa expresión, se observa claramente que la altura que alcanza la aspa depende exclusivamente de la variabilidad del ángulo, por lo tanto, si llamamos $\alpha = x$ y $v_y = \overline{PQ}$ lo podemos plantear de la siguiente manera:

$$v_y(x) = sen(x)$$

Por lo tanto, el modelo que permite describir la relación entre la altura $v_y$ que alcanza una aspa con el ángulo $x$ que recorre está dada por la expresión: $v_y(x) = sen(x)$. Esta se corresponde con la función trigonométrica del seno, cuya amplitud es de 1, y toma como valor máximo $v_y = 1$ y como valor minimo $v_y = -1$ teniendo en cuenta el sistema de referencia utilizado (eje de coordenadas ubicado en el centro de la rueda). Estos valores se repiten una y otra vez luego de que la rueda realiza un giro completo, o sea $360º = 2\pi$. Esto significa que el periodo de la función es $2\pi$.

**Situación 2:**

¿Cómo se modifica la distancia horizontal a medida que se mueven las aspas? ¿Qué relación hay entre el ángulo y la distancia horizontal? ¿Qué modelo matemático permite describir esta relación? ¿Qué relación se puede determinar entre el radio de la rueda y la amplitud de la gráfica resultante? ¿Cómo infiere con los valores máximos y mínimos que toma la función? ¿Cuáles son esos valores? ¿Cada cuánto se vuelven a repetir?

En esta situación se quiere analizar la relación entre el ángulo que recorre una aspa (en radianes) con la longitud horizontal que alcanza en cada giro. También identificar y estudiar el modelo matemático que describe esta relación.

Considerando el triangulo $OQP$ siendo este un triángulo rectángulo, el ángulo $QOP$ indica el ángulo que recorre la aspa en cada vuelta, la longitud horizontal que alcanza es el cateto adyacente ($OQ$). Recordando las razones trigonometricas, podríamos escribir la relación entre este segmento, el ángulo y su radio de la siguiente manera:

$$cos(\alpha) = \frac{\overline{OQ}}{r}$$

Como r=1, la expresión queda como:

$$cos(\alpha) = \overline{OQ}$$

En esa expresión, se observa claramente que la longitud horizontal que alcanza la aspa depende exclusivamente de la variabilidad del ángulo, por lo tanto, si llamamos $\alpha = x$ y $v_x = \overline{OQ}$ lo podemos plantear de la siguiente manera:

$$v_x(x) = cos(x)$$

Por lo tanto, el modelo que permite describir la relación entre la distancia horizontal $v_x$ que alcanza una aspa con el ángulo $x$ que recorre está dada por la expresión: $v_x(x) = cos(x)$. Esta se corresponde con la función trigonométrica del coseno, cuya amplitud es de 1, y toma como valor máximo $v_x = 1$ y como valor minimo $v_x = -1$ teniendo en cuenta el sistema de referencia utilizado (eje de coordenadas ubicado en el centro de la rueda). Estos valores se repiten una y otra vez luego de que la rueda realiza un giro completo, o sea $360º = 2\pi$. Esto significa que el periodo de la función es $2\pi$.

**Situación 3:**

¿Cómo se modifica la razón entre la altura y la distancia horizontal a medida que se mueven las aspas? ¿Qué relación hay entre el ángulo y esta razón? ¿Qué modelo matemático permite describir esta relación?

En este caso si queremos analizar la relación entre el ángulo que recorre (en radianes) con la razón entre la altura que alcanza cada aspa y la distancia horizonal.

Considerando el triangulo OQP siendo este un triángulo rectángulo, el ángulo QOP indica el ángulo que recorre la aspa en cada vuelta, la longitud horizontal que alcanza es el cateto adyacente (OQ) y la longitud vertical es el cateto opuesto (QP). Recordando las razones trigonometricas, podríamos escribir la relación entre estos segmentos, el ángulo y su radio de la siguiente manera:

$$tan(\alpha) = \frac{\frac{\overline{PQ}}{r}}{\frac{\overline{OQ}}{r}}$$

Como r=1, la expresión queda como:

$$tan(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{\overline{OQ}}$$

Si consideramos los triangulos semejantes OQP y $OEQ_1$ indentificamos que el segmento $\overline{EQ_1}$ representa a la razón anterior. Dicho segmento se encuentra sobre la recta tangente a la circunferencia, y la misma es perpendicular al eje de abcisas.

$$tan(\alpha) = \overline{EQ_1}$$

$$T(x) = \tan(x)$$

Por lo tanto, el modelo que permite describir la relación entre el ángulo que recorre (en radianes) con la razón entre la altura que alcanza cada aspa y la distancia horizonal está dada por la expresión: $T(x) = tan(x)$. Esta se corresponde con la función trigonométrica de la tangente.