1. Expresa en grados sexagesimales los siguientes ángulos dados en radianes.

$$\text{a) } \frac{\pi}{6} \ ; \ \text{b) } \frac{2\pi}{3} \ ; \ \text{c) } \frac{4\pi}{3} \ ; \ \text{d) } \frac{5\pi}{4} \ ; \ \text{e) } \frac{7\pi}{6} \ ; \ \text{f) } \frac{9\pi}{2} \ ; \ \text{g) } 1,5 \ ; \ \text{h) } 3,2 \ ; \ \text{i) } 5 \ ; \ \text{j) } 2,75$$

2. Pasa a radianes los siguientes ángulos dados en grados. Exprésalos en función de π y en forma decimal.

$$\text{a) } 40^\circ \ ; \ \text{b) } 108^\circ \ ; \ \text{c) } 135^\circ \ ; \ \text{d) } 240^\circ \ ; \ \text{e) } 270^\circ \ ; \ \text{f) } 126^\circ \ ; \ \text{g) } 72^\circ \ ; \ \text{h) } 200^\circ \ ; \ \text{i) } 300^\circ$$

3. Halla el <u>valor exacto</u> de las siguientes operaciones sin utilizar la calculadora.

$$\text{a) } 5\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0 + 2\cos\pi - \cos\frac{3\pi}{2} + \cos 2\pi \ ; \ \text{b) } 5\,\text{tg}\,\pi + 3\cos\frac{\pi}{2} - 2\,\text{tg}\,0 + \text{sen}\,\frac{3\pi}{2} - 2\,\text{sen}\,2\pi \ ;$$

$$\text{c) } \frac{2}{3}\text{sen}\,\frac{\pi}{2} - 4\,\text{sen}\,\frac{3\pi}{2} + 3\,\text{sen}\,\pi - \frac{5}{3}\text{sen}\,\frac{\pi}{2} \ ; \ \text{d) } \text{sen}\,\frac{\pi}{4} + \text{sen}\,\frac{\pi}{2} + \text{sen}\,\pi \ ; \ \text{e) } \text{sen}\,\frac{5\pi}{4} + \cos\frac{3\pi}{4} - \text{sen}\,\frac{7\pi}{4} \ ;$$

$$\text{f) } \cos\pi - \cos 0 + \cos\frac{\pi}{2} - \cos\frac{3\pi}{2} \ ; \ \text{g) } \text{sen}\,\frac{2\pi}{3} - \cos\frac{7\pi}{6} + \text{tg}\,\frac{4\pi}{3} + \text{tg}\,\frac{11\pi}{6} \ ; \ \text{h) } \cos\frac{5\pi}{3} + \text{tg}\,\frac{4\pi}{3} - \text{tg}\,\frac{7\pi}{6} \ ;$$

$$\text{i) } \sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} + \text{sen}\,\frac{\pi}{6} - \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} - 2\sqrt{3}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3}$$

4. En cada caso halla, en radianes, dos valores para el ángulo α contenidos en el intervalo $[0,\ 2\pi)$ tales que:

$$\text{a) } \text{sen}\,\alpha = 0,32 \ ; \ \text{b) } \cos\alpha = 0,58 \ ; \ \text{c) } \text{tg}\,\alpha = -1,5 \ ; \ \text{d) } \text{sen}\,\alpha = -0,63$$

5. Halla las razones trigonométricas (<u>valores exactos</u>) del ángulo 75° sabiendo que $75^\circ = 30^\circ + 45^\circ$.

6. Sabiendo que $\text{sen}\,x = \frac{3}{5}$ y que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, calcula, sin hallar previamente el valor de x (<u>valores exactos</u>):

$$\text{a) } \text{sen}\,2x \ ; \ \text{b) } \text{tg}\,\frac{x}{2} \ ; \ \text{c) } \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \ ; \ \text{d) } \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \ ; \ \text{e) } \cos\frac{x}{2} \ ; \ \text{f) } \text{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

7. Halla las razones trigonométricas (<u>valores exactos</u>) del ángulo 15° de dos formas, considerando:

$$\text{a) } 15^\circ = 45^\circ - 30^\circ \ ; \ \text{b) } 15^\circ = \frac{30^\circ}{2}$$

8. Sabiendo que $\text{sen}\,x = \frac{2}{3}$ y que x es un ángulo del primer cuadrante, calcula (<u>valores exactos</u>):

$$\text{a) } \text{sen}\,2x \ ; \ \text{b) } \text{tg}\,\frac{x}{2} \ ; \ \text{c) } \cos(30^\circ - x)$$

9. Sabemos que $\cos x = -\frac{3}{4}$ y $\text{sen}\,x < 0$. Sin hallar el valor de x, calcula (<u>valores exactos</u>):

$$\text{a) } \text{sen}\,x \ ; \ \text{b) } \cos(\pi + x) \ ; \ \text{c) } \cos 2x \ ; \ \text{d) } \text{tg}\,\frac{x}{2} \ ; \ \text{e) } \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \ ; \ \text{f) } \cos\left(\pi - \frac{x}{2}\right)$$

10. Si $\text{tg}(\alpha + \beta) = 4$ y $\text{tg}\,\alpha = -2$, halla $\text{tg}\,2\beta$ (<u>valor exacto</u>).

11. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas (dar todas las soluciones positivas y reducidas, tanto en grados como en radianes):

$$\text{a) } 2\cos^2 x - \text{sen}^2 x + 1 = 0 \ ; \ \text{b) } \text{sen}^2 x - \text{sen}\,x = 0 \ ; \ \text{c) } 2\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x = 0 \ ; \ \text{d) } \text{sen}^2 x - \cos^2 x = 1 \ ;$$

$$\text{e) } \cos^2 x - \text{sen}^2 x = 0 \ ; \ \text{f) } 2\cos^2 x + \text{sen}\,x = 1 \ ; \ \text{g) } 3\,\text{tg}^2 x - \sqrt{3}\,\text{tg}\,x = 0 \ ; \ \text{h) } \text{sen}\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{1}{2} \ ;$$

$$\text{i) } \text{sen}\,2x - 2\cos^2 x = 0 \ ; \ \text{j) } \cos 2x - 3\,\text{sen}\,x + 1 = 0 \ ; \ \text{k) } \text{sen}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sqrt{2}\,\text{sen}\,x = 0 \ ; \ \text{l) } \cos^2\frac{x}{2} + \cos x - \frac{1}{2} = 0 \ ;$$

$$\text{m) } \text{tg}^2\frac{x}{2} + 1 = \cos x \ ; \ \text{n) } 2\,\text{sen}^2\frac{x}{2} + \cos 2x = 0 \ ; \ \text{ñ) } \cos 2x + 3\,\text{sen}\,x = 2 \ ; \ \text{o) } \text{tg}\,2x \cdot \text{tg}\,x = 1 \ ; \ \text{p) } 2\,\text{sen}\,x = \text{tg}\,2x$$

12. Demuestra las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}$; b) $2\operatorname{tg}x\cos^2\dfrac{x}{2}-\operatorname{sen}x=\operatorname{tg}x$; c) $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)-\cos\left(x+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\cos x$;

d) $\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)+\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}(\alpha-\beta)=\cos\beta$; e) $\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$; f) $\dfrac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$;

g) $\dfrac{\cos(a+b)+\cos(a-b)}{\operatorname{sen}(a+b)+\operatorname{sen}(a-b)}=\dfrac{1}{\operatorname{tg}a}$; h) $\dfrac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}$; i) $\operatorname{sen}3x=3\operatorname{sen}x\cos^2x-\operatorname{sen}^3x$;

j) $\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\beta$; k) $\operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)-\operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)=\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta$;

l) $\cos^2\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)-\cos^2\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)=\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta$; m) $\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha$

13. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}2\alpha}{1-\cos^2\alpha}$ (calcula su valor para $\dfrac{\pi}{4}$) ; b) $\dfrac{2\cos(45^\circ+\alpha)\cos(45^\circ-\alpha)}{\cos 2\alpha}$; c) $\dfrac{\operatorname{sen}^2\alpha}{1-\cos\alpha}\left(1+\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}\right)$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas (dar todas las soluciones positivas y reducidas, tanto en grados como en radianes):

a) $\cos x\cos 2x+2\cos^2x=0$; b) $\sqrt{3}\operatorname{sen}\dfrac{x}{2}+\cos x-1=0$; c) $\operatorname{sen}2x\cos x=6\operatorname{sen}^3x$; d) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)+\operatorname{tg}x=1$;

e) $4\cos 2x+3\cos x=1$; f) $\operatorname{tg}2x+2\cos x=0$; g) $\sqrt{2}\cos\dfrac{x}{2}-\cos x=1$; h) $2\operatorname{sen}x\cos^2x-6\operatorname{sen}^3x=0$;

i) $\operatorname{sen}3x-\operatorname{sen}x=\cos 2x$; j) $\dfrac{\operatorname{sen}5x+\operatorname{sen}3x}{\cos x+\cos 3x}=1$; k) $\dfrac{\operatorname{sen}3x+\operatorname{sen}x}{\cos 3x+\cos x}=\sqrt{3}$; l) $\operatorname{sen}3x-\cos 3x=\operatorname{sen}x-\cos x$

15. Resuelve los sistemas siguientes dando las soluciones en grados, correspondientes al primer cuadrante:

a) $\begin{cases}x+y=120^\circ\\ \operatorname{sen}x-\operatorname{sen}y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$; b) $\begin{cases}\operatorname{sen}^2x+\cos^2y=1\\ \cos^2x-\operatorname{sen}^2y=1\end{cases}$; c) $\begin{cases}\operatorname{sen}x+\cos y=1\\ x+y=90^\circ\end{cases}$;

d) $\begin{cases}\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}y=\sqrt{3}\\ \cos x+\cos y=1\end{cases}$; e) $\begin{cases}\operatorname{sen}^2x+\cos^2y=\dfrac{3}{4}\\ \cos^2x-\operatorname{sen}^2y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$; f) $\begin{cases}\cos(x+y)=\dfrac{1}{2}\\ \operatorname{sen}(x-y)=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

16. Demuestra las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\operatorname{sen}x=\dfrac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$; b) $\cos x=\dfrac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$; c) $\operatorname{tg}x=\dfrac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$

17. En una circunferencia de 16 cm de radio, un arco mide 20 cm. Halla el ángulo central en grados y en radianes.

18. En una circunferencia de 16 cm de diámetro dibujamos un ángulo de 3 rad. ¿Qué longitud tendrá el arco correspondiente?

19. En una determinada circunferencia, a un arco de 12 cm de longitud le corresponde un ángulo de 2,5 radianes. ¿Cuál es el radio de esa circunferencia?

Soluciones

1. a) 30° ; b) 120° ; c) 240° ; d) 225° ; e) 210° ; f) 810° ; g) $85,94^{\circ}$; h) $183,35^{\circ}$;
   i) $286,48^{\circ}$; j) $158,56^{\circ}$

2. a) $\frac{2\pi}{9}\,\text{rad} \approx 0,7\,\text{rad}$; b) $\frac{3\pi}{5}\,\text{rad} \approx 1,88\,\text{rad}$; c) $\frac{3\pi}{4}\,\text{rad} \approx 2,36\,\text{rad}$; d) $\frac{4\pi}{3}\,\text{rad} \approx 4,19\,\text{rad}$;
   e) $\frac{3\pi}{2} \approx 4,71\,\text{rad}$; f) $\frac{7\pi}{10}\,\text{rad} \approx 2,2\,\text{rad}$; g) $\frac{2\pi}{5}\,\text{rad} \approx 1,26\,\text{rad}$; h) $\frac{10\pi}{9}\,\text{rad} \approx 3,49\,\text{rad}$; i) $\frac{5\pi}{3}\,\text{rad} \approx 5,24\,\text{rad}$

3. a) -2 ; b) -1 ; c) 3 ; d) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$; e) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) -2 ; g) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$; h) $\frac{1}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{3}$; i) -2

4. a) $\alpha_1 = 0,33$; $\alpha_2 = 2,82$; b) $\alpha_1 = 0,95$; $\alpha_2 = 5,33$; c) $\alpha_1 = 2,16$; $\alpha_2 = 5,3$; d) $\alpha_1 = 3,82$; $\alpha_2 = 5,6$

5. $\operatorname{sen} 75^{\circ} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$; $\cos 75^{\circ} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; $\operatorname{tg} 75^{\circ} = 2+\sqrt{3}$

6. a) $\operatorname{sen} 2x = -\frac{24}{25}$; b) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 3$; c) $\operatorname{sen}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}-4}{10}$; d) $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}-4}{10}$;
   e) $\cos\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$; f) $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{7}$

7. Usando las dos formas indicadas en los apartados a) y b) se obtiene, naturalmente, los mismos valores:
   $\operatorname{sen} 15^{\circ} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$; $\cos 15^{\circ} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; $\operatorname{tg} 15^{\circ} = 2-\sqrt{3}$

8. a) $\operatorname{sen} 2x = \frac{4\sqrt{5}}{9}$; b) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{14-6\sqrt{5}}}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$; c) $\cos(30^{\circ}-x) = \frac{\sqrt{15}+2}{6}$

9. a) $\operatorname{sen} x = -\frac{\sqrt{7}}{4}$; b) $\cos(\pi+x) = \frac{3}{4}$; c) $\cos 2x = \frac{1}{8}$; d) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \sqrt{7}$;
   e) $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = -\frac{3}{4}$; f) $\cos\left(\pi-\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$

10. $\operatorname{tg} 2\beta = -\frac{84}{13}$

11. a) $x = 90^{\circ}+k\cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{2}+k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$; b) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k\cdot 180^{\circ} = k\pi \\ x_2 = 90^{\circ}+2k\pi = 90^{\circ}+k\cdot 360^{\circ} \end{array}\right\}; k\in\mathbb{Z}$;

    c) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^{\circ}+k\cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{2}+2k\pi \\ x_2 = 270^{\circ}+k\cdot 360^{\circ} = \frac{3\pi}{2}+2k\pi \\ x_3 = 30^{\circ}+k\cdot 360^{\circ} = \frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x_4 = 330^{\circ}+k\cdot 360^{\circ} = \frac{11\pi}{6}+2k\pi \end{array}\right\}; k\in\mathbb{Z}$; d) $x = 90^{\circ}+k\cdot 180^{\circ} = \frac{\pi}{2}+k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$;

e) $x=45^{o}+k\cdot 90^{o}=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$; f) $\left.\begin{array}{l} x_1=90^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{\pi}{2}+2k\pi \\ x_2=210^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{7\pi}{6}+2k\pi \\ x_3=330^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{11\pi}{6}+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$;

g) $\left.\begin{array}{l} x_1=k\cdot 180^{o}=k\pi \\ x_2=30^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; h) $\left.\begin{array}{l} x_1=60^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{\pi}{3}+2k\pi \\ x_2=300^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{5\pi}{3}+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$;

i) $\left.\begin{array}{l} x_1=90^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x_2=45^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; j) $\left.\begin{array}{l} x_1=30^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x_2=150^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$

k) $x=45^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$; l) $x=90^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$; m) $x=k\cdot 360^{o}=2k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$;

n) $\left.\begin{array}{l} x_1=90^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x_2=60^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{\pi}{3}+2k\pi \\ x_3=300^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{5\pi}{3}+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; ñ) $\left.\begin{array}{l} x_1=90^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{\pi}{2}+2k\pi \\ x_2=30^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x_3=150^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$

o) $\left.\begin{array}{l} x_1=30^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x_2=150^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{5\pi}{6}+k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; p) $\left.\begin{array}{l} x_1=k\cdot 180^{o}=k\pi \\ x_2=120^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{2\pi}{3}+2k\pi \\ x_3=240^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{4\pi}{3}+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$

12. En este ejercicio no es posible dar las soluciones finales, pues es un ejercicio en el que se requiere hacer demostraciones.

13. a) $\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{1-\cos^2\alpha}=\frac{2\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}=2\operatorname{ctg}\alpha$. Su valor para $\frac{\pi}{4}$ es 2 ; b) $\frac{2\cos(45^{o}+\alpha)\cos(45^{o}-\alpha)}{\cos 2\alpha}=1$;

c) $\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{1-\cos\alpha}\left(1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}\right)=2$

14. a) $\left.\begin{array}{l} x_1=90^{o}+k\cdot 180^{o}=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x_2=68,53^{o}+k\cdot 360^{o}\approx 0,38\pi+2k\pi \\ x_3=291,47^{o}+k\cdot 360^{o}\approx 1,62\pi+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; b) $\left.\begin{array}{l} x_1=k\cdot 360^{o}=2k\pi \\ x_2=120^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{2\pi}{3}+2k\pi \\ x_3=240^{o}+k\cdot 360^{o}=\frac{4\pi}{3}+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$;

c) $\left.\begin{array}{l} x_1=k\cdot 180^{o}=k\pi \\ x_2=30^{o}+k\cdot 90^{o}=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$; d) $\left.\begin{array}{l} x_1=k\cdot 180^{o}=k\pi \\ x_2=71,57^{o}+k\cdot 180^{o}\approx 0,4\pi+2k\pi \end{array}\right\}$; $k\in\mathbb{Z}$;

e) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k\cdot 180^o = k\pi \\ x_2 = 51,32^o + k\cdot 360^o \approx 0,29\pi + 2k\pi \\ x_3 = 308,68^o + k\cdot 360^o \approx 1,71\pi + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; f) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^o + k\cdot 180^o = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x_2 = 210^o + k\cdot 360^o = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi \\ x_3 = 330^o + k\cdot 360^o = \dfrac{11\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$;

g) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 90^o + k\cdot 360^o = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 = 180^o + k\cdot 360^o = \pi + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; h) $\left.\begin{array}{l} x_1 = k\cdot 180^o = k\pi \\ x_2 = 30^o + k\cdot 180^o = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x_3 = 150^o + k\cdot 180^o = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$;

i) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 30^o + k\cdot 360^o = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = 150^o + k\cdot 360^o = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; j) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 15^o + k\cdot 360^o = \dfrac{\pi}{12} + 2k\pi \\ x_2 = 75^o + k\cdot 360^o = \dfrac{5\pi}{12} + 2k\pi \\ x_3 = 195^o + k\cdot 360^o = \dfrac{13\pi}{12} + 2k\pi \\ x_4 = 255^o + k\cdot 360^o = \dfrac{17\pi}{12} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$;

k) $\left.\begin{array}{l} x_1 = 30^o + k\cdot 360^o = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = 120^o + k\cdot 360^o = \dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{array}\right\}$; $k \in \mathbb{Z}$; l) $67,5^o + k\cdot 90^o = 0,375\pi + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

15. a) $x = 90^o$, $y = 30^o$; b) $x = 0^o$, $y = 0^o$; c) $x = 30^o$, $y = 60^o$; d) $x = 60^o$, $y = 60^o$;
    e) $x = 30^o$, $y = 45^o$; f) $x = 45^o$, $y = 15^o$

16. En este ejercicio no es posible dar las soluciones finales, pues es un ejercicio en el que se requiere hacer demostraciones.

17. El ángulo central es $\alpha = 1,25\,\text{rad} = 71,62^o$.

18. El arco correspondiente tendrá una longitud de $24\,\text{cm}$.

19. El radio de la circunferencia es $r = 4,8\,\text{cm}$.